

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ
И ПРИКЛАДНАЯ
ИНФОРМАТИКА
№ 1, 2022**

**SYSTEM ANALYSIS
AND APPLIED
INFORMATION SCIENCE
No 1, 2022**



**Международный
Научно-технический журнал**

Издается с декабря 2012 года

Учредитель

Белорусский национальный
технический университет

Главный редактор

Сергей Васильевич Харитончик

Редакционная коллегия

В. Ф. Голиков (зам. главного редактора),
В. А. Богущ, Т. В. Борботко, В. Б. Байбурин (РФ),
Д. Ю. Большаков (РФ), А. С. Герасимович, Н. Н. Гурский,
Ю. М. Захарик, И. А. Каляев (РФ), Г. О. Кипиани (Грузия),
Э. Г. Лазаревич, В. А. Липницкий, А. А. Лобатый,
Е. И. Никифорович (Украина),
А. А. Прихожий, Ю. Н. Петренко, В. В. Старовойтов,
П. П. Урбанович, А. Патрин (Польша),
И. А. Сатиков (ответственный секретарь),
Н. Н. Ташатов (Казахстан), А. В. Чигарев, Д. К. Щеглов (РФ)

**International
Science and Technique Journal**

Published since December, 2012

Founder

Belarusian National
Technical University

Editor-in-chief

Sergei V. Kharytonchik

Editorial board

V. Golikov (deputy editor-in-chief),
V. Bogush, T. Borbotko, V. Baiburin (RF),
D. Bolshakov (RF), N. Gurskiy, L. Gerasimovich,
J. Zaharik, I. Kalyaev, G. Kipiani (Georgia),
E. Lazarevich, V. Lipnitsky, A. Lobaty,
E. Nikiforovich (Ukraine),
A. Prihozhy, Y. Petrenko, V. Starovoytov,
P. Urbanovich, A. Patrin (Poland),
I. Satikov (executive secretary), N. Tashchatov
(Kazakhstan), A. Chigarev, D. Shcheglov (RF)

Журнал включен в "Перечень научных изданий Республики Беларусь
для опубликования результатов диссертационных исследований".

Журнал включен в международные каталоги и базы данных:

- | | |
|--|---------------|
| ❖ Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) | ❖ EBSCO |
| ❖ Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU | ❖ BASE Search |
| ❖ Электронно-библиотечная система (ЭБС) издательства Лань | ❖ OpenAIRE |
| ❖ DOAJ https://doaj.org/toc/2414-0481 | ❖ WorldCat |
| ❖ Google Scholar | ❖ OpenDOAR |
| ❖ Киберленинка | ❖ ROAR |

Ответственный секретарь редакции

Сатиков И. А.

Технический редактор

Сатиков И. А.

Адрес редакции

ул. Франциска Скорины 25/3, Минск, 220114,
Республика Беларусь
Тел. +375 17 266-26-58
e-mail: ca_pi@bntu.by

Executive secretary of the editorial board

I. Satikov

Technical Editor

I. Satikov

Editorial board address

25/3 Franciska Skariny str., Minsk, 220114,
Republic of Belarus
Tel. +375 17 266-26-58
e-mail: ca_pi@bntu.by

Свидетельство о государственной регистрации средства массовой информации №1540

от 08.06.2012, выданное Министерством информации Республики Беларусь

Подписано в печать 19.05.2022. Формат бумаги 60x84 1/8. Бумага мелованная.

Цифровая печать. Усл. печ. л. 5,81. Уч.-изд. л. 2,27. Тираж 100 экз. Заказ 321.

Отпечатано в БНТУ. ЛП № 02330/74 от 03.03.2014.

220013, г. Минск, пр. Независимости, 65.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Гулай А. В., Зайцев В. М.
Цифровая технология спектрального анализа параметров колебаний.....4

Сю Шаньшань
Алгоритм обнаружения озер в облаках точек лидарного изображения на основе трехмерной сверточной нейронной сети.....9

Ахунджанов У. Ю., Старовойтов В. В.
Off-line верификация рукописной подписи с применением сверточной нейронной сети.....12

УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Легкоступ В. В.
Методика определения статистических характеристик оценки дальности по доплеровским смещениям частоты.....20

Лопухов А. В.
Усовершенствованный комбинированный способ создания управляющих сил и моментов для беспилотного летающего аппарата.....27

Вишняков В. А., Сайя Б. Х.
Реализация сети интернета вещей для мониторинга звуковой информации на микропроцессоре и контроллере.....34

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ

Прихожий А. А.
Точный и жадный алгоритмы распределения экспертов на максимальном множестве групп программистов.....40

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

Жукович С. Я.
Принцип минимума гамильтониана при оптимальном управлении процессом дистанционного обучения.....48

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS

Gulaj, A. V., Zajcev V. M.
Digital technology for spectral analysis of oscillation parameters.....4

Xu Shanshan
Lake detection algorithm in point clouds of the lidar image based on three-dimensional convolutional neural network.....9

Akhundjanov U. Yu., Starovoitov V. V.
Verification of a static (off-line) signature using a convolutional neural network.....12

MANAGEMENT OF TECHNICAL OBJECTS

Legkostup V. V.
Method for determining of statistical characteristics of evaluated distance obtained from measurements of doppler.....20

Lopuhov A. V.
An improved combined method of creating control forces and moments for an unmanned aerial vehicle.....27

Vishnyakou U. A., Shayya B. H.
Implementation of the internet of things network for monitoring audio information on a microprocessor and controller.....34

DATA PROCESSING AND DECISION-MAKING

Prihozhy A.A.
Exact and greedy algorithms of allocating experts to maximum set of programmer teams.....40

INFORMATION TECHNOLOGIES IN EDUCATION

Zhukovich S. Ya
Hamiltonian minimum principle for optimum control of the distance learning process.....48

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

SYSTEM ANALYSIS

ГУЛАЙ А. В., ЗАЙЦЕВ В. М.

ЦИФРОВАЯ ТЕХНОЛОГИЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЙ

Белорусский национальный технический университет

Эффективным подходом к исследованию вибрационных процессов в машинах и механизмах является выполнение Фурье-анализа гармонического состава колебаний. Этот метод экспресс-контроля остается актуальным и востребованным в акустической диагностике машин благодаря своей относительно высокой информативности. Расширение его аналитических возможностей проводится за счет внедрения дополнительных средств цифровой обработки вибрационных сигналов, в том числе интеллектуальных систем. Целью настоящей работы является создание цифрового метода спектрального анализа вибрационных сигналов, реализация которого возможна с применением интеллектуальных приборов. В работе на основе аддитивных комбинаций синусоидальных функций представлен метод полигармонической аппроксимации параметров сигналов, отображающих колебательные процессы в машинах. С использованием теоремы Релея и равенства Ляпунова – Парсевеля реализована технология усечения дискретизированного по времени разложения указанных сигналов в ряд Фурье. Устранение искажений частотного спектра колебаний выполняется путем подавления его боковых лепестков с помощью оконных фильтров. Для сопоставления эффективности различных окон использованы специальные параметры: ширина главного лепестка частотного спектра; коэффициент относительного расширения главных лепестков; максимальный относительный уровень боковых лепестков; коэффициент относительного ослабления энергии сигналов. При этом рассмотрены окна Хэннига, Натола, Хэмминга, Барлетта, а в качестве базовых значений приняты параметры прямоугольного окна. Выработаны ограничения разрядности аналого-цифровых преобразователей сигналов в зависимости от требуемой точности соблюдения энергетического баланса при усечении дискретных Фурье-разложений. Приведен пример реализации цифровой технологии спектрального анализа параметров колебательных процессов.

Ключевые слова: колебательный процесс; спектральный анализ; цифровая технология.

Введение

Для оценки технического состояния машин и механизмов, которые подвержены влиянию тех или иных колебательных воздействий, применяется значительное количество специализированных приборов и средств программного обеспечения [1, 2]. При исследовании характеристик колебательных процессов в машине может быть получен достаточный объем информации об особенностях ее конструкции, условиях эксплуатации, наличии неисправностей. Однако сложность методов контроля колебаний в машинах, обработки экспериментальных данных, анализа результатов контроля требует введения технологий и алгоритмов цифровой обработки измеряемых сигналов.

Особое значение в динамике машин имеет проблема анализа и прогнозирования параметров вибрационных процессов, предотвращения разрушительных последствий вибрации. Необходимость решения данной проблемы привела к формированию специального раздела науки и техники, основной задачей которого является создание активных виброзащитных систем. Эффективность таких систем во многом определяется точностью контроля наблюдаемых параметров колебательного процесса и обработки полученных экспериментальных данных [3]. Это повышает значимость введения цифровых систем в технологии контроля, которые реализуются с целью создания виброзащиты и повышения надежности машин.

Перспективным направлением построения цифровых технологий и аппаратных средств для реализации анализа и прогнозирования параметров колебательных процессов в машинах и механизмах различного функционального назначения является применение интеллектуальных систем [4]. С развитием методологических и алгоритмических основ, экспертных приемов практического создания и внедрения интеллектуальных технологий расширяется тенденция их использования для комплексного решения важнейших задач цифровой обработки сигналов, несущих фактографическую информацию о колебательных процессах.

Достаточно эффективным подходом к исследованию колебательных процессов в машинах и механизмах является

выполнение Фурье-анализа гармонического состава сигналов вибрации. Этот метод контроля востребован в акустической диагностике машин благодаря своей относительно высокой информативности. Расширение его аналитических возможностей производится за счет внедрения дополнительных средств цифровой обработки вибрационных сигналов. С учетом вышесказанного настоящая работа посвящена созданию цифрового метода спектрального анализа вибрационных сигналов, который может быть реализован с использованием интеллектуальных средств.

Полигармоническая модель анализа параметров колебаний

Колебательные процессы, возникающие в машинах под действием механических усилий и случайных возмущений, либо закономерны для тех или иных конструктивных построений и исходно сопутствуют работе машин, либо развиваются при возникновении определенных условий. Эти процессы в принципе допускают полигармоническую аппроксимацию с помощью аддитивных комбинаций наборов синусоидальных функций:

$$X(t) = X_1(t) + X_2(t) + X_3(t) + \dots + X_n(t) + \dots,$$

где $X_n(t) = A_n \sin(2\pi f_n t + \varphi_n)$ – колебательные перемещения, представленные в виде квазистационарных гармонических составляющих с амплитудами A_n , частотами f_n и фазами φ_n . Эта модель достаточно эффективна для экспериментальных и теоретических исследований, несмотря на то, что реальные колебательные процессы в большинстве случаев фактически не обладают выраженной периодичностью и стационарностью.

Первостепенное значение в анализе параметров колебательных процессов имеет энергетическая теорема Релея, согласно которой среднее значение энергии на интервале времени T определяется интегралом от квадрата амплитуды колебательного перемещения:

$$E_X = K_{E_X} T^{-1} \int_0^T X^2(t) dt = K_{E_\omega} \int_0^\infty |X(j\omega)|^2 d\omega,$$

где E_X – среднее значение энергии на интервале времени T ; K_{E_X}, K_{E_0} – коэффициенты масштабных соотношений физических величин [5]. При этом полагается, что $X(t) = 0$ для $t < 0$; $X(j\omega)$ – преобразование Фурье сигнала $X(t)$, которое соответствует распределению энергии по частотам спектрального разложения этого сигнала.

Равенство Ляпунова – Парсеваля позволяет перейти к линейчатому спектру частот, при этом

$$E_X = 2^{-1} A_0^2 + K_{E_A} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2,$$

где K_{E_A} – коэффициент масштабных соотношений для амплитудных параметров.

Очевидно, что практический анализ требует усечения гармонического разложения, при котором учитывается конечное число гармоник r . Обычно экспертным путем устанавливается верхнее допустимое значение относительной погрешности δ_E обеспечения энергетического баланса

$$\delta_E = (E_{X,r+1} - E_{X,r})[E_{X,r+1}]^{-1} = (A_{r+1}^2 - A_r^2)[E_{X,r+1}]^{-1},$$

которое соответствует 0,01–0,05. Это позволяет выбирать уровень ограничения r количества используемых гармоник.

Проведем исследование колебательных процессов, которое требует предварительной оценки полосы частот ($f_n; f_b$) для измерений и анализа сигналов, а также выбора частоты дискретизации F_d и количества замеров фактических значений сигналов $M1$.

Анализ конструкций машин и механизмов, их кинематических схем и диаграмм развиваемых усилий, мнений экспертов, как правило, позволяет провести предварительную оценку спектра сигналов – аналогов колебательных перемещений и занимаемую ими полосу частот ($f_n; f_b$). В соответствии с теоремой Котельникова – Найквиста частота дискретизации сигналов F_d и шаг дискретизации по времени Δt_d должны удовлетворять следующему известному условию:

$$F_d = (\Delta t_d)^{-1} \geq 2f_b.$$

При практическом анализе колебательных процессов необходимо выполнение дополнительного требования, в соответствии с которым следует обеспечивать гарантированную вложенность хотя бы одного периода колебаний гармонической составляющей наименьшей частоты f_n в интервал наблюдения T_n , начиная от некоторого начального момента времени $t_{нач}$ и до момента времени t_{max} [6, 7]:

$$T_n = t_{max} - t_{нач} \geq f_n^{-1}.$$

При указанных условиях выбор значения количества замеров $M1$ проводится на основе следующего очевидного соотношения:

$$M1 \geq \text{Ant}\{F_d T_n\} = \text{Ant}\{2f_n f_n^{-1}\}.$$

В данном случае в качестве $M1$ целесообразно использовать значения функции Антье, которая обеспечивает определение верхней целой части аргумента.

Ограничение количества замеров сигналов эквивалентно применению прямоугольных окон наблюдения, при этом измерения сопровождаются образованием в реальном спектре сигналов как основных (главных), так и боковых спектральных лепестков на границах интервала наблюдения. Ширина главных лепестков находится в обратной зависимости от продолжительности интервала наблюдения T_n и в идеале становится пренебрежительно малой только при $T_n \rightarrow \infty$. Боковые лепестки в той или иной мере могут маскировать частотные составляющие слабых сигналов. Для предотвраще-

ния негативных последствий искажения частотных откликов необходимо подавление боковых лепестков, что достигается за счет дополнительного применения специальных оконных технологий. При этом проявляется одна из особенностей данного метода – имеет место расширение главных спектральных лепестков.

Оконное преобразование Фурье $FX_\phi(j\omega)$ сигнала $X(t)$ определяется следующим выражением:

$$FX_\phi(j\omega) = \int h_\phi(t - \tau) X(t) e^{-j\omega t} dt,$$

где $h_\phi(t - \tau)$ – сдвинутая по времени импульсная характеристика оконного фильтра.

Для сопоставления различных окон используется группа специальных параметров, при этом параметры прямоугольного окна принимаются в качестве базовых значений (БЗ). Указанная группа параметров включает: ширину главного лепестка (БЗ $F_{i f_0} = 2$ для нормированной шкалы частот $F_n = f/T_n$); коэффициент относительного расширения главных лепестков спектра (БЗ $K_{f_0} = F_r/F_{i 0} = 1$); максимальный относительный уровень боковых лепестков (БЗ $\gamma_{f_0} = -13$ дБ); коэффициент относительного ослабления энергии сигналов (БЗ $\beta_{n 0} = 0$). При цифровой обработке вибрационных сигналов достаточно часто применяют различные «гладкие» и непрямоугольные окна (табл. 1). Эти и другие типы окон подбираются индивидуально для обеспечения наиболее эффективно-го применения спектрального анализа в решении конкретных задач технической диагностики [8].

Таблица 1. Параметры окон наблюдения колебательных процессов

Тип окна наблюдения	$F_{i f_0}$	K_{f_0}	$\tilde{a}_{f_0}$, дБ	$\beta_{n 0}$, дБ	Аналитическое представление конечной импульсной характеристики оконного фильтра
Окно Хэннинга	4	2	-35,9	-6	$h_\phi(t) = 1 + \cos(2\pi t)$
Окно Натола (совмещенные косинусы)	8	4	-93,0	-9	$h_\phi(t) = 2,75 \sum_{r=0}^3 a_r \cos(2\pi r t)$ $a_0 = 0,36358$ $a_1 = 0,4891775$ $a_2 = 0,1365995$ $a_3 = 0,0106411$
Окно Хэмминга	4	2	-42,0	-5,38	$h_\phi(t) = 1,85[0,54 + 0,46\cos(2\pi t)]$

В процессе исследования спектр частот вибрационных сигналов принято разбивать на вложенные спектральные полосы (так называемые подгруппы полос). Гармонические составляющие каждой отдельно взятой вложенной полосы спектра приводятся к некоторому среднему (срединному) значению. Указанные средние значения в виде спектральных линий L_{f_n} отображаются на соответствующих линейчатых спектрограммах. Точность представления спектров с помощью линейчатых спектрограмм определяется разрешением R , которое имеет размерность Гц/линию. При заданном разрешении R количество линий LF спектра (вложенных частотных полос) определяется следующим соотношением (здесь Ant – функция Антье):

$$LF = \text{Ant}\{(f_b - f_n)R^{-1} + 1\},$$

В соответствии с теорией разложения в ряд Фурье гармоника с нулевой частотой $f_0 = 0$ соответствует постоянной составляющей сигнала, а частота первой гармоники f_1 одновременно является частотным шагом Δf линейчатого спектра и связывается с длительностью интервала наблюдения T_n соотношением $f_1 = \Delta f = T_n^{-1}$. Таким образом, линиям спектра соответствуют определенные частоты:

$$L_0 \rightarrow 0; L_{f_1} \rightarrow f_1; L_{f_2} \rightarrow 2f_1; L_{f_3} \rightarrow 3f_1; \dots; L_{f_{(LF-1)}} \rightarrow (LF-1)f_1.$$

где E_x – среднее значение энергии на интервале времени T ; Ряд наблюдений и регистраций вибрационных сигналов, который включает $M1$ отсчетов $X(t_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, M1 - 1$, подлежит усечению, при этом для соблюдения требуемых условий энергетического баланса применяется следующее логическое правило:

$r = LF - 1$, если для расчетных значений $LF - 1 > r$;
 $LF = r + 1$, если для расчетных значений $LF - 1 < r$.

Цифровая технология обработки спектра сигналов

Дискретизированное по времени разложение в ряд Фурье (ДВРРФ) может быть обеспечено путем проведения цифровых расчетов необходимого набора свертки для трансверсальных оконных фильтров с конечными импульсными характеристиками и коэффициентов ряда Фурье на интервале времени $[t_{\min}; t_{\max}]$, а также последующего применения технологии численного интегрирования с использованием прасторонних прямоугольников (схема Бесселя):

$$X_\Phi[t_i = i \Delta t_d] = \sum_{\xi=0}^i h_\Phi[\xi \Delta t_d] X[(i - \xi) \Delta t_d],$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, M1 + M2 - 1$; $M2$ – ширина окна во временной области в виде количества точек дискретного задания импульсной характеристики фильтра $\{h_\Phi[q], q = 0, 1, 2, \dots, M2 - 1\}$. Вводится дополнительный параметр Θ , который определяется следующим образом:

- $2\Theta = M1 + M2$ для четных значений суммы $M1 + M2$,
- $2\Theta = M1 + M2 - 1$ для нечетных значений $M1 + M2$.

Построим итоговое усеченное разложение ДВРРФ:

$$DFX_\Phi(t) = a_0/2 + \sum_{n=1}^{LF-1} A_n(n\omega_1) \sin(n\omega_1 t + \varphi_n);$$

$$A_n(n\omega_1) = \{[a_n(n\omega_1)]^2 + [b_n(n\omega_1)]^2\}^{1/2};$$

$$\varphi_n = \arctg\{[a_n(n\omega_1)]/[b_n(n\omega_1)]^{-1}\},$$

где $\omega_1 = 2\pi\Delta f = 2\pi f_1$.

Коэффициенты данного разложения имеют следующий вид:

$$a_0 = \Theta^{-1} \sum_{i=0}^{2\Theta-1} X_\Phi(t_i);$$

$$a_n(2\pi n\Delta f) = \Theta^{-1} \sum_{i=0}^{2\Theta-1} X_\Phi(t_i) \cos(in\pi/\Theta);$$

$$b_n(2\pi n\Delta f) = \Theta^{-1} \sum_{i=0}^{2\Theta-1} X_\Phi(t_i) \sin(in\pi/\Theta),$$

где $n = 1, 2, \dots, (LF - 1)$. Огибающей линейчатого спектра является модуль спектральной плотности, значение которой формируется как результат оконного Фурье-преобразования $FX_\Phi(j\omega)$ отсчетов сигнала $X(t)$.

Рассмотренная технология эффективна, если при выборе разрядности цифро-аналоговых преобразователей сигналов длина разрядной сетки преобразователя m не грубляет заданную точность обеспечения условий энергетического баланса гармоник. При использовании в качестве аналогового выходного сигнала сенсора напряжения U относительная погрешность преобразования в значительной мере определяется значением $2^{-(m+1)}$. Если значение $U_{\max}$ соответствует цифровому коду преобразователя $2^m - 1$, то после усечения ДВРРФ должно выполняться соотношение

$$U_{\max} 2^{-(m+1)} [U_{\max}]^{-1} \leq (A_{r+1}^2 - A_r^2) [E_{X,r+1}]^{-1}.$$

Таким образом,

$$m \geq 1 - \log_2 \{(A_{r+1}^2 - A_r^2) [E_{X,r+1}]^{-1}\},$$

при этом следует учитывать, что

$$\log_2 \{(A_{r+1}^2 - A_r^2) [E_{X,r+1}]^{-1}\} \leq 0.$$

В технологии Фурье-анализа разложение образуется с помощью набора ортогональных функций косинусов и синусов. Сигнал $X(t)$ должен быть стационарным или приниматься квазистационарным на интервале наблюдения T_n , поскольку для получения ДВРРФ или Фурье-преобразования в любой точке времени необходима определенность характера поведения сигнала в будущем, при этом каждый пик сигнала во временной области «распространяется» по всем частотам спектра. Результат преобразования позволяет сделать заключение о наличии некоторой частотной составляющей в спектре сигнала, но вопрос о моменте времени появления этой составляющей остается открытым.

Для уменьшения меры неопределенности, связанной с нестационарностью реальных сигналов, проведение спектрального анализа по Фурье-технологиям в ряде случаев требует дополнительного использования оконного преобразования с определенной импульсной характеристикой окна $h_\Phi(t - \tau)$ и последовательного перемещения окна вдоль оси времени.

Поведение энергетических параметров колебательного процесса в части эволюции его общей энергии и эволюции энергии отдельных гармоник во времени может быть оценено путем выполнения ряда циклов измерений и соответствующих им расчетов. Это позволяет построить систему трендов, выполнить сглаживание и экстраполяцию интересующих энергетических параметров на определенный момент времени.

Обычно интервал времени между циклами измерений и расчетов составляет $(1-3)T_n$. При больших значениях времени между циклами наблюдений точность прогноза быстро снижается и результаты теряют свою практическую ценность. Для этих целей применима технология оперативного отслеживания траекторий миграции энергетических параметров с течением времени.

В качестве примера использования предложенного способа проведены экспериментальные исследования виброперемещений корпуса гусеничной машины, которая предназначена для транспортирования радиоэлектронного оборудования. Вибрационные процессы регистрировались во время стоянки транспортной машины при отключенном маршевом двигателе и являлись следствием функционирования навесного мотор-генератора для автономного электроснабжения аппаратуры. Для колебательных процессов корпуса машины характерны следующие исходные значения частотных параметров: $f_n = 10$ Гц; $f_a = 1000$ Гц.

На рис. 1 приведен фрагмент, содержащий 32 отсчета периодограммы исходного сигнала виброперемещений, который отражает общий характер развития вибрационного процесса во времени. Шаг дискретизации процесса выбран равным 10^{-4} с; величина сигнала показана в относительных единицах.

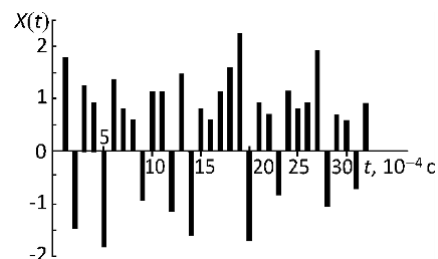


Рис. 1. Фрагмент периодограммы исходного виброперемещений сигнала

Рис. 1. Фрагмент периодограммы исходного вибрационного сигнала

Результаты расчета амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик колебаний приведены на рис. 2. Указанные характеристики представлены в виде линейчатых спектров с шагом по частоте 10 Гц.

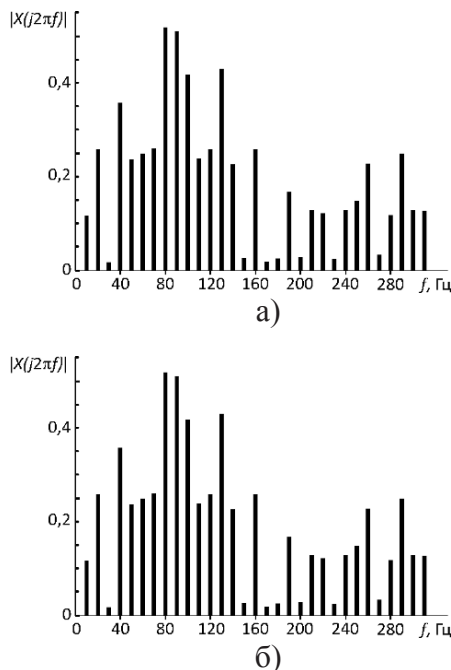


Рис. 2. Амплитудно-частотная (а) и фазо-частотная (б) характеристики вибрационного сигнала

Анализ указанных характеристик показал, что в вибрационном процессе доминируют гармоники в диапазоне частот 40–140 Гц. Максимальные значения амплитуды колебаний наблюдаются на частотах 80; 90 Гц, значительно ниже амплитуда колебаний на частотах 40; 100; 130 Гц. Минимальная интенсивность колебаний характерна для частот 30; 150; 170; 180; 200; 230; 270 Гц. Результаты спектрального анализа колебаний могут учитываться в процессе проектирования оборудования, которое подвергается вибрации, например, при его транспортировании. Кроме того, изучение спектра колебаний необходимо при создании систем гашения вибраций с целью повышения надежности и долговечности машин и механизмов.

Заключение

Рассмотрен метод полигармонической аппроксимации вибрационных сигналов машин и механизмов с использованием аддитивных комбинаций синусоидальных функций. На основе теоремы Релея и равенства Ляпунова – Парсеваля реализована технология усечения дискретизированного по времени разложения сигналов в ряд Фурье и цифровая технология анализа вибрационных процессов. С целью предотвращения искажений частотного спектра при исследовании колебательных процессов предложено использование методики подавления боковых спектральных лепестков с помощью оконных фильтров. Выработаны ограничения разрядности аналого-цифровых преобразователей в зависимости от требуемой точности соблюдения энергетического баланса при усечении дискретных Фурье-разложений. Приведен пример реализации цифровой технологии интеллектуального анализа параметров колебательных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрухин, В. В. Основы вибродиагностики и средства изучения вибрации / В. В. Петрухин, С. В. Петрухин. – М.: Инфра, Инженерия – Петербург, 2010. – 176 с.
2. Приборы и системы для изучения вибрации, шума и удара. Книга 1 / Под ред. В. В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1978. – 439 с.
3. Фурунжиев, Р. И. Проектирование оптимальных виброзащитных систем / Р. И. Фурунжиев. – Минск: Высшая школа, 1971. – 315 с.
4. Гулай, А. В. Архитектура интеллектуальных систем / А. В. Гулай, В. М. Зайцев. – Минск: ИВЦ Минфина, 2018. – 367 с. – (Библиотека инженера по интеллектуальным системам).
5. Тропченко, А. Ю. Цифровая обработка сигналов. Методы предварительной обработки / А. Ю. Тропченко, А. А. Тропченко. – СПб.: ГУИТМО, 2009. – 100 с.
6. Григорьев, А. А. Лекции по теории сигналов / А. А. Григорьев. – М.: МФТИ, 2014. – 327 с.
7. Шахнович, И. В. Современные технологии беспроводной связи / И. В. Шахнович. – М.: Техносфера, 2006. – 288 с.
8. Сапожников, Н. Е. Применение спектрального анализа при диагностике технического состояния турбоагрегатов АЭС / Н. Е. Сапожников, Б. М. Демидюк, О. Д. Чижикова. – Севастополь: Сборник научных трудов СТУЯЭИП, 2013. – № 6. – С. 60–67.

REFERENCES

1. Petruhin, V. V. Fundamentals of vibrodiagnostics and means of studying vibration / V. V. Petruhin, S. V. Petruhin. – M.: Infra, Inzheneriya – Peterburg, 2010. – 176 s.
2. Instruments and systems for studying vibration, noise and shock. Book 1 / Pod red. V. V. Kljueva. – M.: Mashinostroenie, 1978. – 439 s.
3. Furunzhiev, R. I. Design of optimal vibration protection systems / R. I. Furunzhiev. – Minsk: Vysshaja shkola, 1971. – 315 s.
4. Gulaj, A. V. Intelligent systems architecture / A. V. Gulaj, V. M. Zajcev. – Minsk: IVC Minfina, 2018. – 367 s. – (Biblioteka inzhenera po intellektual'nym sistemam).
5. Tropchenko, A. Ju. Digital signal processing. Pre-processing methods / A. Ju. Tropchenko, A. A. Tropchenko. – CPb.: GUITMO, 2009. – 100 s.
6. Grigor'ev, A. A. Lectures on signal theory / A. A. Grigor'ev. – M.: MFTI, 2014. – 327 s.
7. Shahnovich, I. V. Modern wireless technologies / I. V. Shahnovich. – M.: Tehnosfera, 2006. – 288 s.
8. Sapozhnikov, N. E. Application of Spectral Analysis in Diagnostics of Technical Condition of NPP Turbine Units / N. E. Sapozhnikov, B. M. Demidjuk, O. D. Chizhikova. – Sevastopol': Sbornik nauchnyh trudov SNUJaJeIP, 2013. – № 6. – С. 60–67.

Gulaj A. V., Zajcev V. M.
**DIGITAL TECHNOLOGY FOR SPECTRAL ANALYSIS OF OSCILLATION
 PARAMETERS**

Belarusian National Technical University

Performing the Fourier analysis of the harmonic composition of oscillations is an effective approach to the study of vibration processes in machines and mechanisms. This method of express control remains relevant and highly demanded in the acoustic diagnostics of machines due to its relatively high informativeness. The expansion of its analytical capabilities is implemented by introducing additional means for digital processing of vibration signals, including smart systems. The objective of this work consists in creating a digital method for spectral analysis of vibration signals, the implementation of which would be possible with the use of smart devices. This work presents a method of polyharmonic approximation of the parameters of the signals reflecting oscillatory processes in machines based on the additive combinations of sinusoidal functions. The technology of truncation of the time discretised decomposition of the above signals into a Fourier series is implemented using the Rayleigh theorem and the Lyapunov – Parseval equality. The distortion of the frequency spectrum of oscillations is eliminated by suppressing its side lobes using window filters. To compare the efficiency of different windows, the following special parameters are used: width of the main lobe of the frequency spectrum; coefficient of relative expansion of the main lobes; maximum relative level of side lobes; coefficient of relative attenuation of signal energy. In so doing, the windows of Hanning, Nuttall, Hamming, Barlett were considered, and the parameters of a rectangular window were taken as basic values. The limitations of the digit capacity of analog- to-digital signal converters depending on the required accuracy of maintaining the energy balance when truncating the discrete Fourier expansions have been determined. An example of implementation of the digital technology of spectral analysis of the parameters of oscillatory processes is given.

Keywords: oscillatory process; spectral analysis; digital technique.



Гулай Анатолий Владимирович, кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Интеллектуальные и мехатронные системы» Белорусского национального технического университета. Окончил Минский радиотехнический институт (1971), защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук (1982), лауреат Государственной премии в области науки и техники. Область научных интересов: методологические проблемы интеллектуальных технологий; интеллектуальные системы формирования знаний; построение интеллектуальных технических систем.

Gulaj A. V., Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Intelligent and Mechatronic Systems of the Belarusian National Technical University. Graduated from the Minsk Radio Engineering Institute (1971), defended his dissertation for the degree of candidate of technical sciences (1982), laureate of the State Prize in the field of science and technology. Research interests: methodological problems of intellectual technologies; intelligent education systems; construction of intellectual technical systems.

E-mail: is@bntu.by



Зайцев Владимир Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Интеллектуальные и мехатронные системы» Белорусского национального технического университета. Окончил Минский радиотехнический институт (1971), защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук (1974). Область научных интересов: цифровая обработка сигналов; проектирование интеллектуальных систем технического назначения.

Zajcev V. M., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Intelligent and Mechatronic Systems of the Belarusian National Technical University. Graduated from the Minsk Radio Engineering Institute (1971), defended his dissertation for the degree of candidate of technical sciences (1974). Research interests: digital signal processing; design of intellectual systems for technical purposes.

E-mail: is@bntu.by

XU SHANSHAN

LAKE DETECTION ALGORITHM IN POINT CLOUDS OF THE LIDAR IMAGE BASED ON THREE-DIMENSIONAL CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK

Belarusian National Technical University

An algorithm for detecting lakes in a point cloud of a lidar image based on a three-dimensional convolutional neural network is proposed. The contours of the lakes were extracted from the point clouds of the lidar image and their geometric characteristics were determined using the chain code algorithm. The accuracy of the proposed algorithm for identifying lakes from clouds of laser scanning points was 96.34%. The proposed algorithm can calculate and analyze information about the shape of lakes.

Keywords: laser scanning data; three-dimensional convolutional neural network; lake detection; chain code; outline description

Introduction

Real-time and accurate detection of the evolution trend of lake water surface area is an important means to understand the change law of lakes. Currently, there are several methods to extract lakes^[1-5], for example, by analyzing bands and setting thresholds. These methods require a manual parameter-setting process. An object-oriented method can be used to segment and extract bodies of water by analyzing high-resolution remote sensing images. Thereafter, considering the spectral features, spatial shape, texture, and context of various ground objects, the method classifies the extracted bodies of water based on different parameters^[6-9]. Compared with traditional methods, this method has a high accuracy, can effectively distinguish water and shadow, and suppress the phenomena of salt and pepper. However, this method requires more background information, and the parameters are highly dependent on the scene. The strategy of “global local” distribution iteration has been used to classify plateau lakes by analyzing multi-source remote-sensing data. The advantages of this method are as follows: it does not require any manual intervention operations such as sample collection and parameter input, and it automatically extracts the target water area. However, it is difficult to gather local information with this method, hence, it is difficult to deal with small rivers.

The optimal lake segmentation threshold is determined by assessing the characteristics of lakes in two-dimensional images. Although the above methods can effectively extract lakes, there is no method to analyze the geometric information of lakes. During recent years, laser scanning data have been accumulating. With a high scanning spatial accuracy and short acquisition cycle, three-dimensional (3D) information of objects can be effectively obtained to solve the problem of data occlusion in remote-sensing images. Herein, we propose a new 3D convolutional neural network to extract target objects from laser scanning data.

2 Lake detection in laser scanning data based on the 3D convolution neural network

2.1 Pretreatment of network input

The preprocessing step includes three processes: regional location of candidate lakes, voxel organization of point clouds, and expansion of sample data. In the extraction of candidate lake regions, the plane with the largest area in the point cloud was considered as the candidate lake region. Water is affected by gravity, and the water surface area tends to be horizontal. The problem of lake detection is transformed into the problem of plane extraction in the laser scanning point cloud. Because the normal vector of the water area is known to be (0, 0, 1), the random sample consensus (RANSAC)^[10] algorithm was used to fit the plane in the point cloud. The purpose of RANSAC is to estimate the parameters of

the constructed mathematical model from a set of observation data containing “external points.” RANSAC has the advantage of high robustness. Its disadvantage is that the number of iterations does not have a clear upper limit, but only the target model is calculated with probability. Moreover, the probability is directly proportional to the number of iterations required by the algorithm. The normal vector required by this model was determined, which greatly reduced the number of iterations required by the algorithm. After extracting the candidate lake areas, these areas were divided into voxels, the value of each voxel was 1 or 0; 1 indicates that there is a point in the voxel and 0 indicates that the voxel is empty. The input samples of the depth network must have the same size. In this study, a linear interpolation algorithm was used to normalize the input region to the same size.

2.2 Network structure design

The constructed deep learning network includes the input, convolution, sampling, full connection, and output layers. The sampling and convolution layers appeared alternately in the network. Finally, the identification results were output through a fully connected network. The designed network structure is shown in Figure 1.

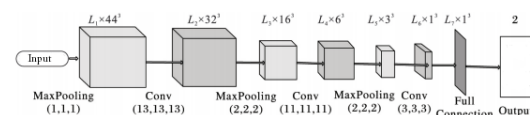


Fig. 1 Structure of the 3D convolutional neural network

There are several feature maps in the convolution and sampling layers. Each feature map is connected to the feature map of the previous layer. The number of feature maps in each layer was recorded as L_i , in which the subscript i is the layer mark, and the number of feature maps is set by the user. In the convolution layer, the characteristic map of the previous layer is convoluted with a learnable kernel. Once the convolution result passes through the activation function, the neurons of this layer are output, and the characteristic map of this layer is formed. The calculation formula for the convolution layer is as follows:

$$X_l^{i,j,k} = B_l + \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^f \sum_{k=0}^f w_l^{i,j,k} X_{l-1}^{i,j,k} \quad (1)$$

where, l represents the layer, w_l is the convolution kernel of this layer, and each characteristic graph can have different convolution kernels with a size of $f \times f \times f$. Each layer has a unique offset B_l . The main function of the convolution layer is to make the feature displacement invariant. If a neuron $X_l^{i,j,k}$ in the feature map on layer l has to be obtained, the neurons near the previous layer

$X_{i,j,k}$ need to be convoluted with the help of a convolution check.

The sampling layer is relatively simple, and its main function is to reduce the spatial resolution of the network. Generally, the sampling methods include Max-Pooling, Min-Pooling, and Ave-Pooling, which mean that the sampling results are the maximum, minimum, and average values, respectively. In the full connection layer, the conventional Softmax function^[11] is used to output the network results. It should be noted that after each convolution layer, the linear rectification function, also known as the modified linear unit (ReLU)^[12], must be used to enhance noise resistance of the network. The calculation formula is as follows:

$$F(X)_{ReLU} = X^+ = \max(0, X) \quad (2)$$

If the input sample size is $44 \times 44 \times 44$, the processed size of samples in each layer is shown in the upper part of Figure 1. The parameters in the functions maxpooling (f, f, f) and Conv (f, f, f) represent the size of the sampling kernel and convolution kernel, respectively. Finally, the output of the network is lakes or other areas. In summary, a 3D convolutional neural network includes input, sampling, convolution, full connection, and output layers. The input samples are input to the network from the first layer (input layer). After feature extraction through the sampling and convolution layers at intervals, the results are output to the output layer through a full connection layer. In this study, three convolution and sampling operations were used to complete the construction of the network. Although adding more sampling and convolution layers can result in the expression of more complex features, it substantially increases the algorithm complexity and learning time.

The complete process of lake extraction and analysis in this study, it includes the input of the point cloud scene, extraction of all plane regions in the scene based on the flatness information described above, and consider them as candidate lakes. Because of the unorganized nature of the point cloud, before input to the 3D convolutional neural network, in this study, we used the voxelization technology mentioned above, that is, the candidate lake area is divided into 1 cm in size $\times$ 1 cm $\times$ 1 cm voxel, and each region is interpolated to the same size as the input of the network.

The 3D convolutional neural network is a classifier, and the network structure is shown in Figure 1. Both training and test sets were obtained from manually labeled lakes. Because more samples are often needed to complete the training in machine learning and the number of samples in a 3D lake is relatively small, it is necessary to expand the number of training and test sets when training the network. The expansion method is based on the rotation of the X-, Y-, and Z-axes. The range is $[0, \pi]$ and the interval is $\pi/18$. The expansion operation used here is only to translate and rotate the object, and it does not involve scaling. Therefore, the shape features of the original dataset were saved. The output of the network can be divided into two types: the target lake and other areas. w_i and B_i in equation (1) can be obtained by learning samples through 3D convolution neural network. At this time, when a new sample X_i to be tested appears, equation (1) is used for calculation and network transmission until the output layer outputs the category. If it is not a lake, it is filtered out; otherwise, the next step is to extract the contour and analyze the geometric properties of the lake.

3 Experiment and result analysis

The effect and accuracy of this method in laser scanning data will be tested. Firstly, the data to be tested is described; Then, the detection accuracy of Lake based on the proposed convolution neural network is given; Finally, the analysis results of Lake geometry information are displayed.

Six airborne point cloud data are selected to verify the algorithm. Figure 2 shows the satellite image corresponding to the lake in each point cloud data. The airborne point cloud data corresponding to lakes in this paper are downloaded from the public dataset website opentopograph.org (HTTPS: // www.opentopo-

graph.ORG).



Fig.2 Satellite images in testing data

Corresponding to (a) to (f) in Figure 2 gives the coordinates, area, corresponding airborne point cloud density and acquisition time of the lake.

In the 3D convolutional neural network experiment, a total of 8 different network structures were tested. Among them, the highest accuracy is Test#3, and the corresponding program operation is shown in Figure 3. The program language is Matlab, which is based on the toolbox MatConvNet, the hardware configuration is Intel Core i7 8086k (16 GB memory, 2 NVIDIA geforce GTX 1080 Ti graphics cards), the operating system is windows 10, and the training takes 598.65 seconds. Due to the small number of samples, the training samples need to be expanded, there are 30 Lake training sets in the experiment, and $30 \times 18 \times 3$ samples are obtained after expansion, 80% of which are the training set and the rest are the test set.

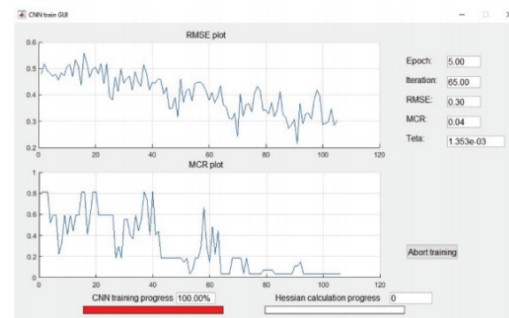


Fig.3 Execution interface results of test#3 (CNN training process, Hessian calculation process)

Through the accuracy evaluation of this paper, it can be seen that the accuracy of the lake recognition algorithm proposed in this paper can meet the requirements of three-dimensional object recognition. Then, based on the proposed chain code method, each boundary extraction result is obtained in the detected Lake area, as shown in Fig. 4. Among them, the size of Barker Lake in Figure 4 (a) is 2158 M $\times$ 1209 m, 230000 points in total; In Figure 4 (b), the size of Lake Eleanor is 4807 M $\times$ 3 199 m, 2.05 million points in total; The size of Cherry Lake in Figure 4 (c) is 6465 M $\times$ 2745 m, 2.22 million points in total; In Figure 4 (d), the size of Lake Henry Hagg is 12362 M $\times$ 11597 m, 1.07 million points in total; The size of Bullrun Lake in Figure 4 (E) is 9436 M $\times$ 7570 m, 1.29 million points in total; The Lake Lost in Figure 4 (f) has a size of 5912 M $\times$ 4870 m, 140000 points in total. As can be seen from Figure 4, the algorithm in this paper can effectively extract the boundaries of each lake and accurately describe the complex concave convex areas in the lake. Next, the extraction accuracy will be analyzed.

The lake shape information calculated according to the chain code, the method based on chain code calculation is different from the above point cloud extraction shape analysis method, the length of chain code calculation refers to the longest distance between two points in the horizontal direction, and the width refers to the longest distance between two points in the vertical direction;

The length described in Fig. 4 refers to the horizontal span of the target object, and the width refers to the vertical span, the method adopted is to use an external rectangle to roughly describe the general situation of the object. When calculating the area, this paper uses the chain code method to accurately describe the lake area.

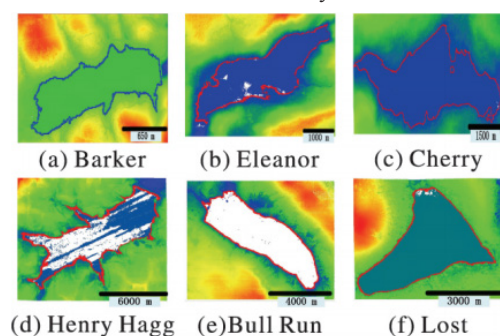


Fig.4 Results of lake detection

Conclusions

Herein, we proposed a 3D convolutional neural network to identify lake areas, and a chain code extraction algorithm was designed to analyze lakes in aerial laser scanning data. The experimental results showed that the shape features of objects in 3D point clouds can be learned using the proposed convolution neural network; the 3D convolution neural network proposed in this paper can effectively filter non-lake areas with an accuracy of 96.34%. In addition, the lake boundary can be accurately described using an eight-direction chain code. The length, width, and area of the lake can be calculated using the chain code. Finally, the area of the lake was accurately calculated by linear fitting. The next step was to extract and analyze other water bodies in the aerial laser scanning point cloud, such as streams, canals, estuaries, and seaports, and detect their changes by extracting their contours.

REFERENCES

1. Zhou Y, Tuzel O. Voxelnet: end-to-end learning for point cloud based 3D object detection/ Zhou Y, Tuzel O. - Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2018 - p. 4490-4499.
2. Uy M. A., Lee G. H. PointNetVLAD: deep point cloud based re-retrieval for large-scale place recognition / Uy M. A., Lee G. H. - Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2018 - p. 4470-4479.
3. Qi C. R., Su H., Mo K., et al. PointNet: deep learning on point sets for 3D classification and segmentation/ Qi C. R., Su H., Mo K. - Proceedings of the 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2017 - p. 77-85.
4. Qi C. R., Yi L., Su H., et al. PointNet++: deep hierarchical feature learning on point sets in a metric space / Qi C. R., Yi L., Su H. - Proceedings of the 2017 International Conference on Neural Information Processing Systems. New York: Curran Associates Inc., 2017 - p. 5099-5108.
5. Wang W., Yu R., Huang Q., et al. SGPNet: similarity group proposal network for 3D point cloud instance segmentation/ Wang W., Yu R., Huang Q. - Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2018 - p. 2569-2578.
6. Shen Y., Feng C., Yang Y., et al. Mining point cloud local structures by kernel correlation and graphpooling / Shen Y., Feng C., Yang Y. - Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2018 p. 4548-4557.
7. Landrieu L., Simonovsky M. Large-scale point cloud semantic segmentation with superpoint graphs / Landrieu L., Simonovsky M. - Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2018 - p. 4558-4567.
8. Huang Q., Wang W., Neumann U. Recurrent slice networks for 3D segmentation of point clouds/ Huang Q., Wang W., Neumann U. - Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2018 - p. 2626-2635.
9. Huang J., You S. Point cloud labeling using 3D convolutional neural network / Huang J., You S. - Proceedings of the 3rd International Conference on Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2016 p. 2670-2675.
10. Schnabel R., Wahl R., Klein R. Efficient RANSAC for point-cloud shape detection. / Schnabel R., Wahl R., Klein R. - Computer Graphics Forum, 2007, No. 26(2) - p. 214-226.
11. Whiteson S., Stone P. Evolutionary function approximation for reinforcement learning. / Whiteson S., Stone P. - Journal of Machine Learning Research, 2006, No. 7 - p. 877-917.
12. Nair V., Hinton G. E. Rectified linear units improve restricted Boltzmann machines / Nair V., Hinton G. E. - Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning. Madison: Omnipress, 2010 - p. 807-814.

СЮ ШАНЬШАНЬ

АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ ОЗЕР В ОБЛАКАХ ТОЧЕК ЛИДАРНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТРЕХМЕРНОЙ СВЕРТОЧНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Белорусский национальный технический университет

Предлагается алгоритм обнаружения озер в облаке точек лидарного изображения на основе трехмерной сверточной нейронной сети. Контуры озер были извлечены из облаков точек лидарного изображения, а их геометрические характеристики определены с использованием алгоритма цепного кода. Точность предложенного алгоритма идентификации озер по облакам точек лазерного сканирования составила 96,34%. Предлагаемый алгоритм позволяет рассчитывать и анализировать информацию о форме озер.

Ключевые слова: данные лазерного сканирования; трехмерная сверточная нейронная сеть; обнаружение озер; цепной код; наброски описание.

Сю Шаньшань, аспирантка кафедры программного обеспечения информационных технологий БНТУ. Научные интересы: Нейронные сети, обработка облаков точек лидарных изображений земной поверхности.

E-mail: 529031585@qq.com

АХУНДЖАНОВ У. Ю., СТАРОВОЙТОВ В. В.

OFF-LINE ВЕРИФИКАЦИЯ РУКОПИСНОЙ ПОДПИСИ С ПРИМЕНЕНИЕМ СВЕРТОЧНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Государственное научное учреждение «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси»

Данная статья посвящена разработке метода обнаружения подделки рукописных подписей. Подпись до сих пор остается одним из самых распространенных методов идентификации личности. Подпись на финансовых и других документах может быть подделана, поэтому выявление подделки является актуальной задачей. Это задача бинарной классификации: определить является подпись подлинной или фальшивой.

В статье описываются результаты распознавания рукописных подписей, выполненных на бумажном носителе. Для экспериментов использовалась база рукописных подписей 10 человек. Для каждого человека было собрано 10 подлинных и 10 поддельных подписей, выполненных другими людьми. Подписи были оцифрованы в виде цветных изображений с разрешением 850×550 пикселей. Затем формировалось бинарное представление каждой подписи. Для классификации использовались три варианта уменьшения подписей до размеров: 128×128 , 256×256 и 512×512 пикселей. Эти изображения служили исходными данными для сверточной нейронной сети.

В результате тестирования предлагаемого подхода средняя точность корректной классификации достигнута на изображениях среднего размера и равняется 93,33%.

Ключевые слова: Распознавание, верификация, рукописная подпись, классификация, FRR, FAR.

Введение

Распознавание образов широко применяется в таких областях, как цифровая обработка изображений, компьютерное зрение, биометрия создание интеллектуальных систем безопасности, контроля доступа и т. п. Одной из актуальных задач является распознавание рукописных текстов, подписей.

Термин «распознавание» объединяет два понятия – «верификация» и «идентификация». **Верификация** – это подтверждение соответствия представленной биометрической характеристики человека определенному идентификатору, который указывает пользователь. Процедура выполняется путем сравнения кода (из представленной биометрической характеристики) с кодами, хранящимися в базе данных (БД) и соответствующими определенному идентификатору пользователя. **Идентификация** – это сравнение вычисленного по биометрической характеристике человека кода с кодами, хранящимися в БД, с целью авторизации пользователя [1].

Самый распространенный способ персональной аутентификации в биометрии является рукописная подпись. Он широко используется во многих банках, деловых операциях и документах, которые утверждаются с помощью подписей.

Идентификацию рукописной подписи можно выполнять статически в режиме online и динамически в режиме off-line.

Статическое или off-line распознавание подписи выполняется после того, как её образ на бумаге был оцифрован. Затем цифровые изображения преобразуются и анализируются [3]. В динамических или online системах распознавания анализ начинается в процессе её создания. Дополнительно собирается информация о последовательности координат x и y точек подписи, информация о силе нажатия, скорости написания и т.д.

Сложность задачи исследования подписи определяется следующими факторами [2]:

- подпись – это краткий и мало информативный набор данных;
- она может быть скопирована с применением технических средств;
- на проверяющего могут воздействовать сби-

вающие факторы;

- почерки разных людей естественным образом бывают схожи;

- подпись человека всегда вариативна.

Для решения данной проблемы было предложено множество различных подходов. Точность их распознавания проверялась на общедоступных наборах данных, таких как GPDS960, GPDS-4000, MCYT и CEDAR и др. Все эти наборы данных содержат три группы подписей, подлинных, случайных и квалифицированные подделки.

Распознавание рукописной подписи широко исследуются последние десятилетия, но остается открытой проблема создания технологии, которая могла бы показать высокую точность распознавания подписи.

Целью систем проверки подписи является в различение подлинных подписей от поддельных. Это сложная задача, особенно в статическом методе распознавания, использующем изображения полученных путем фотографирования или сканирования, где динамическая информация о процессе подписания недоступна.

Применение нейросетевых технологий помогает верифицировать подписи более точно. Это обусловлено тем, что нейронные сети эффективно строят нелинейные зависимости, которые точнее описывают данные, они более устойчивы к шумам во входных данных и адаптированы к их изменениям. Обзоры данных работ приведены в работах [3–6].

В статье [7] приведены формулы вычисления 76 функций, а в [8] описаны 44 функции оценки результатов бинарной классификации. В статье [9] даны формулы пяти наиболее распространенных функций оценки результатов бинарной классификации, представленных матрицей ошибок, и исследованы некоторые свойства этих функций.

В большинстве случаев результаты классификаторов оцениваются по матрицам ошибок (confusion matrix). В табл. 1 представлены объекты, верно, определенных классов (true) и ошибочно определенных классов (false) в виде такой матрицы [10].

Таблица 1 – Матрица ошибок бинарной классификации

Предсказанный класс	Истинная классификация	
	Класс 1	Класс 2
Класс 1	True Positive (TP)	False Positive (FP)
Класс 2	False Negative (FN)	True Negative (TN)
Число объектов в классе	TP + FN = общее число объектов класса 1	FP + TN = общее число объектов класса 2

Для оценки эффективности распознавания и верификации используют такие показатели, как ошибка первого рода FRR (отношение числа ошибочно отклонённых подлинных подписей к общему числу подлинных подписей), ошибка второго рода FAR (отношение числа ошибочно принятых подделок к общему числу подделок) и мера EER – уровень равной вероятности ошибок, при котором FAR и FRR равны [1].

FAR и FRR определяются по формулам:

$$FAR = FPR = \frac{FP}{FP + TN}$$
, где FPR = ложноположительный коэффициент;

$$FRR = FNR = \frac{FN}{FN + TP}$$
, FNR = ложноотрицательный коэффициент;

FP (False positive) – ложноположительное решение, также называется ошибкой 1-го рода. Модель предсказала положительный результат, а на самом деле отрицательный;

TP (True positive) – истинноположительное решение.

Модель предсказала положительный результат, прогноз совпал с реальностью;

FN (False negative) – ложноотрицательное решение, также называется ошибкой 2-го рода. Модель предсказала отрицательный результат, а на самом деле положительный;

TN (True negative) – истинноотрицательное решение. Модель предсказала отрицательный результат, прогноз совпал с реальностью;

Для оценки классификации нашей модели использовали функцию (Assigasy). Авторы статьи [10] считают, что функция Assigasy определяет долю правильных ответов и кратко можно перевести как правильность или точность. При равном числе объектов обоих классов эту функцию использовать для оценки результатов классификации.

$$Accuracy = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

В таблице 2 представлены результаты распознавания по метрике Assigasy.

Подготовка данных для распознавания для цифровых изображений

В качестве экспериментальных данных для обучения системы распознавания рукописной подписи использовалась база, содержащая 200 изображений рукописных подписей 10

и рис.3) изображены примеры рукописных подписей 10 человек до и после предварительной обработки.

Изображения рукописных подписей преобразовывалось в полутоновый вид, а затем в бинарный. Для этого использовался метод Отцу. С помощью данного

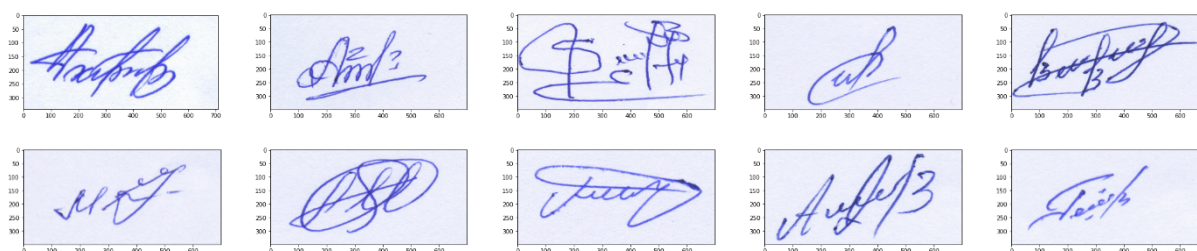


Рис.2 – Примеры образцов исходных подписей

человек размером 850×550 пикселей. В базе было 10 подлинных и 10 поддельных подписей каждого человека. На (рис. 2

метода вычисляется порог t , минимизирующий среднюю ошибку сегментации, т.е. среднюю ошибку от принятия решения о принадлежности пикселей изображения к объекту

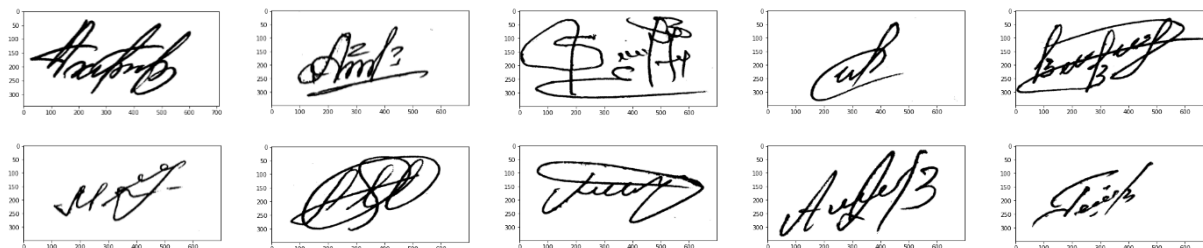


Рис.3 – Примеры образцов рукописных подписей после предварительной обработки

База данных была собрана с помощью студентов Ферганского филиала Ташкентского университета имени Мухаммада ал-Хорезми.

Применение сверточной нейронной сети

Для распределения классов изображения создавали каталоги, в каждом каталоге создаются по два подкаталога, в соответствии с названиями классов: genuine (подлинный) и forced (поддельный).

Эксперименты выполнялись с уменьшением подписей до размеров 128×128, 256×256, 512×512 пикселей.

Архитектура сверточной нейронной сети

Модель глубокого обучения, использованная для получения результатов, описана ниже:

1. Слой свертки, размер ядра 3x3, количество карт признаков - 32 штуки, функция активации ReLU.
2. Слой подвыборки, выбор максимального значения из квадрата 2x2.
3. Слой свертки, размер ядра 3x3, количество

карт признаков - 32 штуки, функция активации ReLU.

4. Слой подвыборки, выбор максимального значения из квадрата 2x2.
5. Слой свертки, размер ядра 3x3, количество карт признаков - 64 штуки, функция активации ReLU.
6. Слой подвыборки, выбор максимального значения из квадрата 2x2.
7. Слой преобразования из двумерного в одномерное представление.
8. Полносвязный слой, 64 нейрона, функция активации ReLU.
9. Слой Dropout. Это метод прореживания, который используется для усреднения получения результатов обучения.
10. Выходной слой, 1 нейрон, функция активации sigmoid.

Слои с 1 по 6 используются для выделения важных признаков на изображении, а слои с 7 по 10 - для оценки результата классификации.

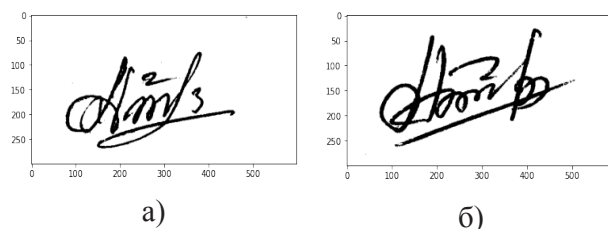


Рис. 5 – Примеры подписи

а) подлинная подпись б) поддельная подпись

На рис. 6. а) и б) приведены графики точности обучения и валидации, а также изменение точности и потерь во время обучения. На примере проверочных данных одного человека для изображений подписей с разрешением изображения подписи 256x256 пикселей.

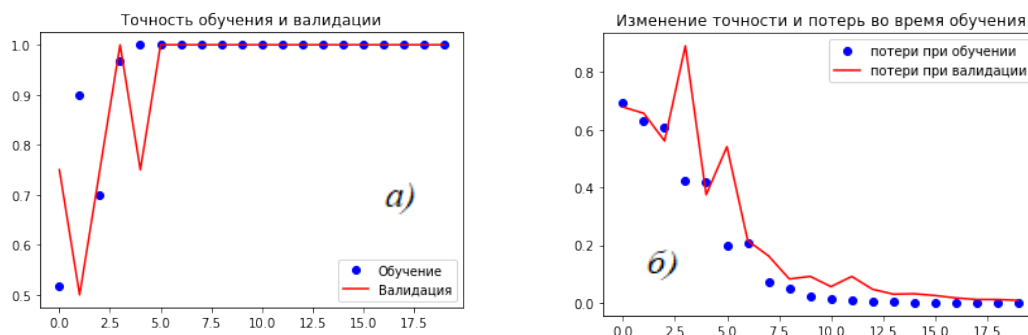


Рис.6 – Пример обучения нейросети (метрике ассигасу) для одного человека:

а) - График обучения и валидации; б) - График функции потерь

На этапе обучения набор подписей 3-го человека показал наихудший результат валидации и тестирования. Вероятно подпись этого человека имеет нетипичные определяющие признаки.

На рис. 7. показаны образцы подлинной подписи для 3-го человека.



Рис. 7 – подлинные подписи

На рис 8. приведены графики точности обучения и валидации, а также изменение точности и потерь во время обучения. Обучение и точность на наборе проверочных данных для 3-го человека с разрешением изображения подписи 256x256.

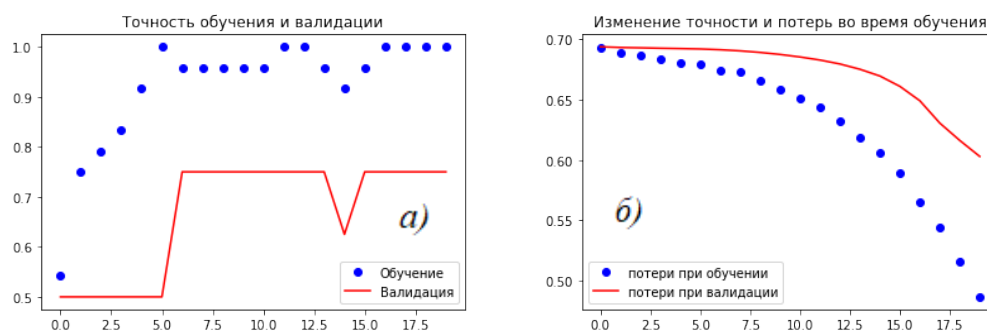


Рис.8 – Пример обучения нейросети по метрике ассигасу для 2-го человека
а) График обучения и валидации; б) График функции потерь подписей с разрешением

Модель обучалась на рукописных подписях для всех 10 человек, а также индивидуально для каждого человека. На рис.9. показаны графики обучения для всех 10 человек с размерами 128x128, 256x256, 512x512 пикселей. Из рис.9. видно, что точность обучения модели во всех случаях показала максимальный результат обучения

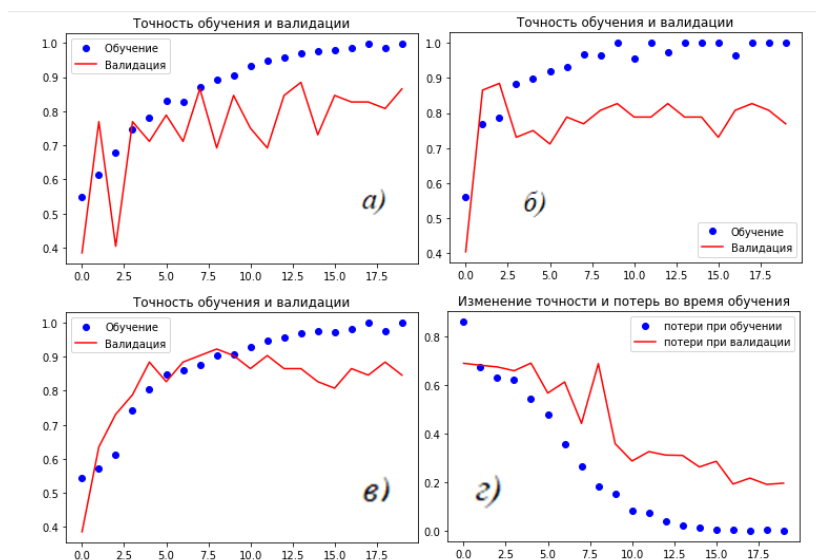


Рис.9 – Пример обучения нейросети для 10 человек:

- а) График обучения и валидации с разрешением изображения 118x118;
- б) График обучения и валидации с разрешением изображения 512x512;
- в) График обучения и валидации с разрешением изображения 256x256;
- г) График функции потерь подписей с разрешением 256x256.

Анализ результатов бинарной классификации данных

Для обучения, валидации и тестирования модели было использовано 200 изображений рукописных подписей в пропорции 8:1:1 соответственно. Половина из них была изображениями подлинными подписями, а вторая половина — поддельными.

Вычислительный эксперимент проводился на компьютере, с дискретным видеокарткой Intel (R) HD Graphics 5500 (1 Гб видеопамати).

Для создания системы распознавания рукописной подписи было разработано несколько программ на языке

Python с использованием моделей глубокого обучения. Работу данного программного обеспечения можно разделить на несколько этапов: подготовка набора данных, сбор изображений с одновременной предобработкой, обучение на собранных данных посредством подготовленной модели обучения.

В результате тестирования модели TP = 85, TN = 83, FP = 7, FN = 5 и

$$Accuracy = \frac{85 + 83}{85 + 83 + 7 + 5} = 0,9333$$

Обученная модель нейронной сети лучший результат показала при разрешении рукописных подписей 256x256 пикселей (таблица № 2).

Таблица 2 – Результаты распознавания подписей отдельных людей

№ каждого человека	Правильность распознавания с расширением 128x128	Правильность распознавания с расширением 256x256	Правильность распознавания с расширением 512x512
Человек №1	90,5	95,2	91,1
Человек №2	98	100	94,2
Человек №3	75,2	76,2	75,3
Человек №4	91,2	96,4	90,1
Человек №5	80,4	93,5	87,5
Человек №6	85,8	92,1	89,8
Человек №7	93,5	94,6	92,7
Человек №8	88,7	95	96
Человек №9	79,8	90,3	89,5
Человек №10	100	100	96
Среднее	88,31	93,33	90,22

Заключение

Off-line верификация подписи уступает в точности технологии on-line. Результаты экспериментов, описанных в статье, показали, что подход к верификации рукописной подписи является перспективным направлением.

Средняя точность корректной классификации подписей, достигнута на изображениях размера 256x256,

и равняется 93,33%. В дальнейшем планируется усовершенствовать алгоритм и повысить точность распознавания, а также сформировать выборку большего объема с применением аугментации данных на этапе обучения сети. Основным направлением последующих исследований будет выделение информативных признаков, позволяющих достичь высокого точности распознавание.

ЛИТЕРАТУРА

1. Старовойтов В.В., Голуб Ю. Обработка изображений радужной оболочки глаза для систем распознавания. Минск: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018. – 188с.
2. Бобовкин М.В. Актуальные проблемы теории и практики судебно-почерковедческого исследования подписи // Вестник Московского университета МВД России. – 2017. – №.2. – С.109-115.
3. Hafemann, L.G. Offline handwritten signature verification — Literature review / L.G. Hafemann, R. Sabourin, L.S. Oliveira // Seventh International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA) – 2017. 8p. DOI:10.1109/ipta.2017.8310112.
4. Hadeel J.Jriash. Offline handwritten signature verification system using neural network / J.Jriash Hadeel, A. Z. Abdullah Nada // International Journal of Computer Science and Mobile Computing. – 2015. Vol.4, Issue.10.– P. 403-412.
5. Impedovo S. Verification of Handwritten Signatures: an Overview / S. Impedovo, G. Pirlo // 14th International Conference on Image Analysis and Processing. – 2007. – P.191-196. DOI:10.1109/icip.2007.4362778.
6. Foroozandeh, A. Offline Handwritten Signature Verification and Recognition Based on Deep Transfer Learning / A. Foroozandeh, A.H. Ataollah, H. Rabbani // International Conference on Machine Vision and Image Processing. – 2020, 7p. DOI:10.1109/mvip49855.2020.918748.
7. Choi S.S. A survey of binary similarity and distance measures / S. S. Choi, S. H. Cha, C.C. Tappert // Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics. – 2010. – Vol. 8. – No.1. – P. 43-48.

8. **Canbek G.** Binary classification performance measures/metrics: A comprehensive visualized roadmap to gain new insights / **G. Canbek, S. Sagioglu, T.T. Temizel, N. Baykal** // International Conference on Computer Science and Engineering. – 2017. – P. 821-826. DOI:10.1109/UBMK.2017.8093539.
9. **Sokolova M. Lapalme G.** A systematic analysis of performance measures for classification tasks / **M. Sokolova** // Information Processing & Management. – 2009. – Vol. 45. – № 4. – P. 427–437.
10. **В. Старовойтов.** Сравнительный анализ оценок качества бинарной классификации / **В. Старовойтов, Ю. И. Голуб** // Информатика. – 2020. – Т. 17. – № 1. – С. 87–101.
11. **Исрафилов, Х.С.** Исследование методов бинаризации изображений / **Х.С. Исрафилов** // Вестник науки и образования. – 2017. – Т. 2. – № 6(30). – С. 43–50.
12. **Янковский, А.А.** Критерии выбора метода бинаризации при обработке изображений лабораторных анализов. АСУ и приборы автоматики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/kriterii-vybora-metoda-binartzatsii-pri-obrabotke-izobrazheniy-laboratornyh-analizov/viewer>. – Дата доступа: 25.12.2021.

REFERENCES

1. **Golub Yu., Starovoitov V.V.** Image processing of the iris for recognition systems. Minsk: LAPA LAMBERT Academic Publishing House, 2018. - 188 p.
2. **Bobovkin M.V.** Actual problems of the theory and practice of forensic handwriting analysis of the signature // Bulletin of the Moscow University of the Ministry of Internal Affairs of Russia. - 2017. - No. 2. – P.109-115.
3. **Hafemann, L.G.** Offline handwritten signature verification — Literature review / **L.G. Hafemann, R. Sabourin, L.S. Oliveira** // Seventh International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA) – 2017. 8p. DOI:10.1109/ipta.2017.8310112.
4. **Hadeel J.Jriash.** Offline handwritten signature verification system using neural network / **J.Jriash Hadeel, A. Z. Abdullah Nada** // International Journal of Computer Science and Mobile Computing. – 2015. Vol.4, Issue.10. – P. 403-412.
5. **Impedovo S.** Verification of Handwritten Signatures: an Overview / **S. Impedovo, G. Pirlo** // 14th International Conference on Image Analysis and Processing. – 2007. – P.191-196. DOI:10.1109/iciap.2007.4362778.
6. **Foroozandeh, A.** Offline Handwritten Signature Verification and Recognition Based on Deep Transfer Learning / **A. Foroozandeh, A.H. Ataollah, H. Rabbani** // International Conference on Machine Vision and Image Processing. – 2020, 7p. DOI:10.1109/mvip49855.2020.918748.
7. **Choi S.S.** A survey of binary similarity and distance measures / **S. S. Choi, S. H. Cha, C.C. Tappert** // Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics. – 2010. – Vol. 8. – No.1. – P. 43–48.
8. **Canbek G.** Binary classification performance measures/metrics: A comprehensive visualized roadmap to gain new insights / **G. Canbek, S. Sagioglu, T.T. Temizel, N. Baykal** // International Conference on Computer Science and Engineering. – 2017. – P. 821-826. DOI:10.1109/UBMK.2017.8093539.
9. **Sokolova M. Lapalme G.** A systematic analysis of performance measures for classification tasks / **M. Sokolova** // Information Processing & Management. – 2009. – Vol. 45. – № 4. – P. 427–437.
10. **Starovoitov V. V., Golub Y. I.** Comparative study of quality estimation of binary classification. Informatics. – 2020. – Vol. 17, no. 1, P. 87–101 (in Russian).
11. **Israfilov, Kh.S.** Research of image binarization methods / **Kh.S. Israfilov** // Bulletin of science and education. - 2017. - No. 6(30). –P. 43–50.
12. **Yankovsky, A.A.** Criteria for choosing the binarization method for processing images of laboratory analyses. Automated control systems and automation devices [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/kriterii-vybora-metoda-binartzatsii-pri-obrabotke-izobrazheniy-laboratornyh-analizov/viewer>. – Дата доступа: 25.12.2021.

V.V. Starovoitov, U.Yu. Akhundjanov

VERIFICATION OF A STATIC (OFF-LINE) SIGNATURE USING A CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK

This article is devoted to the development of a method for detecting forgery of handwritten signatures. The signature still remains one of the most common methods of identification. The signature on financial and other documents can be forged, so detecting forgery is an urgent task. This is the task of binary classification: to determine whether the signature is genuine or fake. The article describes the results of recognition of handwritten signatures made on paper. A database of handwritten signatures of 10 people was used for experiments. For each person, 10 genuine and 10 forgery signatures made by other people were collected. The signatures were digitized as color images with a resolution of 850×550 pixels. Then a binary representation of each signature was formed. Three variants of reducing signatures to sizes were used for classification: 128×128, 256×256 and 512×512 pixels. These images served as the source data for the convolutional neural network. As a result of testing the proposed approach, the average accuracy of the correct classification was achieved on medium-sized images and is equal to 93.33%.

Keywords: Recognition, verification, handwritten signature, classification, FRR, FAR.



Старовойтов Валерий Васильевич, доктор технических наук, профессор. Главный научный сотрудник ОИПИ НАН Беларуси. Лауреат Государственной премии Республики Беларусь (2003г). Сфера научных интересов: обработка и анализ цифровых изображений, полученных в разных участках электромагнитного спектра. Опубликовал более 150 научных работ.

Starovoitov Valery, Doctor of Sciences and professor of computer science. He is a Principal research fellow at the United Institute of Informatics Problems, National Academy of Sciences of Belarus (UIIP NAN Belarus). Award: the State Prize of the Republic of Belarus in science. Research interests of professor Starovoitov are processing and analysis of digital images obtained in different parts of the electromagnetic spectrum. He has published over 150 papers.

E-mail: valerystar@mail.ru



Ахунджанов Умиджон Юнус угли, аспирант Объединенного института проблем информатики Национальной академии наук Беларуси.

Akhundjanov Umidjon Yunus ugli, PhD student at the United Institute of Informatics Problems, National Academy of Sciences of Belarus

**УПРАВЛЕНИЕ
ТЕХНИЧЕСКИМИ
ОБЪЕКТАМИ**

**MANAGEMENT
OF TECHNICAL
OBJECTS**

В.В. ЛЕГКОСТУП

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЦЕНКИ ДАЛЬНОСТИ ПО ДОПЛЕРОВСКИМ СМЕЩЕНИЯМ ЧАСТОТЫ

ОАО «АЛЕВКУРП», Минск, Республика Беларусь

В данной работе приведена методика получения основных статистических характеристик оценки дальности до объекта по двум доплеровским смещениям частоты навигационного сигнала. Данная задача возникает при рассмотрении процесса наведения некоторого объекта на цель вдоль гиперболы с помощью бистатической разностно-дальномерной навигационной системы. Несмотря на то, что контур наведения объекта замкнут по разностно-дальномерной информации, в алгоритм выработки команд управления необходимо вводить дальность между объектом и центром навигационной системы с целью стабилизации частотной характеристики контура управления и компенсации динамической ошибки. В данной статье рассмотрены статистические характеристики оценки дальности, получаемой на основании измерений трех значений скорости объекта: собственной скорости движения и двух проекций этой скорости на линии, соединяющие объект с навигационными позициями.

Ключевые слова: разностно-дальномерная навигация, бистатическая система, гипербола положения, измерение доплеровского смещения частоты, измерение дальности.

Введение

В [1–4] рассматривался вопрос наведения беспилотного летательного аппарата (БЛА) на плоскости в целевую точку с помощью разностно-дальномерной бистатической навигационной системы. При этом в рассмотренных в [1] алгоритмах наведения фигурирует величина дальности между БЛА и навигационной системой, как одной из координат эллиптической системы. Данная величина аналогична значению дальности, входящему практически во все алгоритмы наведения БЛА, в особенности контуры наведения зенитных управляемых ракет, аналогичных по своей структуре контуру, полученному в [1]. Использование дальности в составе коэффициента усиления контура наведения стабилизирует полосу рабочих частот контура в условиях постоянного изменения дальности между объектом наведения и целью. Другим важным случаем использования дальности является компенсация динамической ошибки, неминуемо присутствующей в большинстве систем наведения.

В [4] получены выражения для оценки дальности в бистатической навигационной системе посредством измерения трех значений скоростей – собственной скорости движения объекта наведения и двух проекций этой скорости на радиус-векторы, соединяющие объект с двумя

навигационными позициями. Данные проекции вычисляются путем измерения доплеровских сдвигов частоты двух принимаемых навигационных сигналов.

Данная работа посвящена краткому рассмотрению основных статистических характеристик оценки дальности, получаемой посредством измерения собственной скорости движения БЛА и двух ее проекций, что позволит сделать выводы о целесообразности применения на практике данного подхода.

Методика получения оценки эллиптической дальности по измерениям доплеровских сдвигов частоты

Рассмотрим бистатическую разностно-дальномерную навигационную систему (НС), образованную двумя синхронизированными по времени передающими позициями P_1, P_2 с известной длиной базы, равной $2c$. С помощью данной НС осуществляется наведение подвижного беспилотного летательного аппарата (БЛА) B вдоль некоторой гиперболы. БЛА движется в сторону базы со скоростью V_0 (рисунок 1). Кинематика данного движения описана в [2–3].

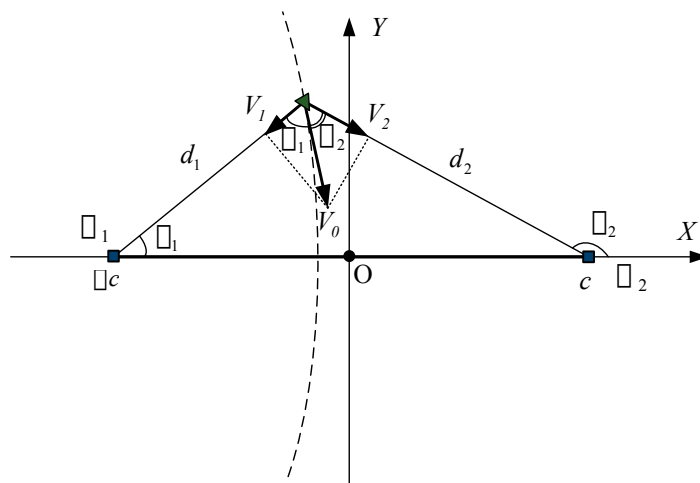


Рисунок 1 – Разностно-дальномерная навигационная система

где c – фокусное расстояние или полубаза; d_1, d_2 – дальности от навигационных позиций до БЛА; Φ_1, Φ_2 – углы визирования БЛА по отношению к базе; V_1, V_2 – проекции вектора скорости БЛА на линии дальности; α_1, α_2 – углы между вектором скорости БЛА и его проекциями на d_1, d_2 соответственно. Штриховой линией обозначена гипербола положения БЛА.

Движение БЛА рассматривается в эллиптической системе координат, описываемой выражениями [3]

$$\rho = \frac{d_1 + d_2}{2c},$$

$$\tau = \frac{d_1 - d_2}{2c},$$

где ρ – координата, описывающая эллипс положения БЛА (далее – эллиптическая дальность);

τ – координата, описывающая гиперболу положения БЛА.

Таким образом под эллиптической дальностью понимается безразмерная величина, равная сумме дальностей от двух навигационных позиций до БЛА, отнесенная к длине базы или нормированное расстояние от линии базы до БЛА, проложенное вдоль гиперболы положения БЛА.

В процессе полета БЛА осуществляет измерения разности временных задержек τ распространения двух навигационных сигналов до него, излучаемых позициями Π_1, Π_2 , а также собственной скорости V_0 , и двух доплеровских сдвигов частот $\Delta f_1, \Delta f_2$ принимаемых сигналов. Ставится задача оценить координату ρ , описывающую эллиптическую дальность БЛА в данной навигационной системе.

Измеряемые на борту БЛА доплеровские сдвиги частот связаны с проекциями скорости БЛА на радиус-векторы дальностей БП_1 и БП_2 и выражениями

$$\Delta f_1 = \frac{V_1}{\lambda},$$

$$\Delta f_2 = \frac{V_2}{\lambda},$$

где λ – несущая частота навигационного сигнала.

В свою очередь τ зависит от разности дальностей в соответствии с выражением

$$\tau = \frac{d_1 - d_2}{c_0},$$

где c_0 – скорость распространения навигационного сигнала.

Из рисунка 1 видно, что дальность до БЛА связана с углом раскрытия α , под которым наблюдается база Π_1, Π_2 , со стороны БЛА, определяемого суммой двух углов:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2, \quad (1)$$

где α_1, α_2 – углы между вектором скорости БЛА и его проекциями на векторы БП_1 и БП_2 и соответственно.

В свою очередь, углы α_1, α_2 определяются следующими отношениями:

$$\frac{V_1}{V_0} = \cos \alpha_1, \quad \frac{V_2}{V_0} = \cos \alpha_2. \quad (2)$$

Как указано в [4], угол α связан с координатой ρ следующим соотношением:

$$\hat{\rho} = \frac{\tau \cos \Phi_1 - 1}{\tau - \cos \Phi_1}, \quad (3)$$

где $\cos \Phi_1 = \frac{\tau}{2} \left(1 + \cos \alpha + \sqrt{2} \operatorname{sgn} \tau \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{2}{\tau^2} - \cos \alpha - 1} \right)$ – угол относительно линии базы, под которым наблюдается БЛА с позиции Π_1 .

Получение основных статистических характеристик оцениваемой эллиптической дальности

Как указывалось выше, для оценки параметра ρ БЛА должен производить измерения скоростей $\hat{V}_0, \hat{V}_1, \hat{V}_2$. Будем полагать, что шумы данных оценок стационарны и распределены по закону Гаусса:

$$\hat{V}_0 \sim N(M_{V_0}, \sigma_{V_0}^2);$$

$$\hat{V}_1 \sim N(M_{V_1}, \sigma_{V_1}^2);$$

$$\hat{V}_2 \sim N(M_{V_2}, \sigma_{V_2}^2),$$

где $M_{V_0}, M_{V_1}, M_{V_2}$ – математические ожидания $\hat{V}_0, \hat{V}_1, \hat{V}_2$;

$$\sigma_{V_0}^2, \sigma_{V_1}^2, \sigma_{V_2}^2, \text{ – дисперсии } \hat{V}_0, \hat{V}_1, \hat{V}_2.$$

Для начала определим основные статистические характеристики угла α , задаваемого выражением (1). Как известно [5], математическое ожидание M_α и дисперсия σ_α^2 величины α , являющейся суммой двух случайных величин будут определяться выражениями

$$M_\alpha = M_{\alpha_1} + M_{\alpha_2}, \quad (4)$$

$$\sigma_\alpha^2 = \sigma_{\alpha_1}^2 + \sigma_{\alpha_2}^2 + 2 \operatorname{cov}_{\alpha_1 \alpha_2}, \quad (5)$$

где $M_{\alpha_1}, M_{\alpha_2}$ – математические ожидания углов α_1, α_2 ;

$\sigma_{\alpha_1}^2, \sigma_{\alpha_2}^2$ – дисперсии углов α_1, α_2 ;

$\operatorname{cov}_{\alpha_1 \alpha_2}$ – корреляционный момент углов соответственно.

Определим статистические характеристики безразмерных величин $\hat{b}_1$ и $\hat{b}_2$, образуемых следующими отношениями:

$$\hat{b}_1 = \frac{\hat{V}_1}{\hat{V}_0};$$

$$\hat{b}_2 = \frac{\hat{V}_2}{\hat{V}_0}.$$

Плотности распределения вероятностей $\hat{b}_1, \hat{b}_2$ образуются частными от деления нормально распределенных случайных величин. Рассмотрим сначала плотность распределения вероятности $\hat{b}_1$ при условии, что делимое и делитель между собой не коррелированы (в последствии данное условие будет снято), описывается выражением [6]

$$p(b_1) = \frac{g_2(b_1) g_3(b_1)}{\sqrt{2\pi} g_1^3(b_1) \sigma_{V_1} \sigma_{V_0}} \left[\Phi \left(\frac{g_2(b_1)}{g_1(b_1)} \right) - \Phi \left(-\frac{g_2(b_1)}{g_1(b_1)} \right) \right] + \frac{1}{\pi g_1^2(b_1) \sigma_{V_1} \sigma_{V_0}} \exp \left(-\frac{g_c}{2} \right), \quad (7)$$

где $\Phi(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} u^2 \right) du$ – функция стандартного нормального распределения;

$$g_1(b_1) = \sqrt{\frac{1}{\sigma_{V_1}^2} b_1^2 + \frac{1}{\sigma_{V_0}^2}}; \quad g_2(b_1) = \frac{M_{V_1}}{\sigma_{V_1}^2} b_1 + \frac{M_{V_0}}{\sigma_{V_0}^2};$$

$$g_3(b_1) = \exp \left(\frac{g_2^2(b_1) - g_c g_1^2(b_1)}{2 g_1^2(b_1)} \right); \quad g_c = \frac{M_{V_1}^2}{\sigma_{V_1}^2} + \frac{M_{V_0}^2}{\sigma_{V_0}^2}.$$

Величина $\hat{b}_2$ распределена по аналогичному закону.

Если коэффициент вариации δV_0 величины V_0 будет близок к единице или больше ее, то случайные величины $\hat{b}_1, \hat{b}_2$ будут иметь распределение, близкое к Коши, не имеющее конечных моментов. В данном же случае, будем полагать, что скорость движения управляемого объекта V_0 значительно больше СКО ее оценки, что накладывает как ограничения на минимальную скорость движения

объекта в рабочем диапазоне изменения скорости движения, так и на максимальную величину СКО оценки скорости объекта. В таком случае закон распределения величины $\hat{b}_1$ можно аппроксимировать нормальным [7] с математическим ожиданием

$$M_{b_1} = \frac{M_{V_1}}{M_{V_0}}$$

и дисперсией

$$\sigma_{b_1}^2 = M_{b_1}^2 (\delta V_1^2 + \delta V_0^2), \quad (8)$$

где $\delta V_0 = \frac{\sigma_{V_0}}{M_{V_0}}$, $\delta V_1 = \frac{\sigma_{V_1}}{M_{V_1}}$ – коэффициенты вариаций для V_0, V_1

соответственно.

Учитывая выражения (2), для получения оценок $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$ величины $\hat{b}_1, \hat{b}_2$ должны быть подвергнуты нелинейному преобразованию функцией арккосинуса. Поэтому необходимо, чтобы они располагались в диапазоне $[-1; 1]$. С этой целью значения величин $\hat{b}_1, \hat{b}_2$, выходящие за пределы указанного диапазона отбраковываются, порождая величины $\hat{b}_1^*, \hat{b}_2^*$, имеющие закон распределения в виде усеченного нормального. Плотность распределения вероятности величины $\hat{b}_1^*$ в соответствии с [8] задается выражением

$$p(b_1^*) = \frac{1}{\sigma_{b_1}} \phi \left(\frac{b_1^* - M_{b_1}}{\sigma_{b_1}} \right) \left[\Phi \left(\frac{1 - M_{b_1}}{\sigma_{b_1}} \right) - \Phi \left(\frac{-1 - M_{b_1}}{\sigma_{b_1}} \right) \right]^{-1}, \quad (9)$$

где $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} x^2 \right)$ – плотность распределения вероятности стандартной нормальной случайной величины x ;

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right) \text{ – ее функция распределения;}$$

$$\operatorname{erf}(x) \text{ – функция ошибок.}$$

Математическое ожидание закона распределения (9) имеет вид

$$M_{b_1^*} = M_{b_1} - \sigma_{b_1} \frac{\phi(1) - \phi(-1)}{\Phi(1) - \Phi(-1)}, \quad (10)$$

а дисперсия

$$\sigma_{b_1^*}^2 = \sigma_{b_1}^2 \left[1 - \frac{\phi(1) + \phi(-1)}{\Phi(1) - \Phi(-1)} - \left(\frac{\phi(1) - \phi(-1)}{\Phi(1) - \Phi(-1)} \right)^2 \right] \quad (11)$$

После нелинейного преобразования

$$\alpha_1 = \arccos(b_1^*) \quad (12)$$

плотность распределения вероятности случайной величины α_1 примет вид

$$p(\alpha_1) = \frac{\sin \alpha_1}{\sigma_{b_1^*}} \phi \left(\frac{\cos \alpha_1 - M_{b_1^*}}{\sigma_{b_1^*}} \right) \left[\Phi \left(\frac{1 - M_{b_1^*}}{\sigma_{b_1^*}} \right) - \Phi \left(\frac{-1 - M_{b_1^*}}{\sigma_{b_1^*}} \right) \right]^{-1}. \quad (13)$$

Аналогично выводу выражения (13) для α_1 , плотность распределения вероятности угла α_2 примет вид

$$p(\alpha_2) = \frac{\sin \alpha_2}{\sigma_{b_2^*}} \phi \left(\frac{\cos \alpha_2 - M_{b_2^*}}{\sigma_{b_2^*}} \right) \left[\Phi \left(\frac{1 - M_{b_2^*}}{\sigma_{b_2^*}} \right) - \Phi \left(\frac{-1 - M_{b_2^*}}{\sigma_{b_2^*}} \right) \right]^{-1} \quad (14)$$

Математические ожидания $M_{\alpha_1}, M_{\alpha_2}$ углов $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$ определяются выражениями

$$M_{\alpha_1} = \arccos(M_{b_1^*}),$$

$$M_{\alpha_2} = \arccos(M_{b_2^*}), \quad (15)$$

а их дисперсии примут следующий вид:

$$\sigma_{\alpha_1}^2 = \frac{\sigma_{b_1^*}^2}{1 - M_{b_1^*}^2};$$

$$\sigma_{\alpha_2}^2 = \frac{\sigma_{b_2^*}^2}{1 - M_{b_2^*}^2}. \quad (16)$$

На рисунке 2 приведены выборочное среднее $\hat{M}_\alpha$ угла α , полученное методом Монте-Карло и его математическое ожидание, вычисленное по формуле (4), в зависимости от соотношения измеря-

емых скоростей V_1/V_0 для различных коэффициентов вариации δV_0 . При этом предполагается, что $V_2 = V_1$.

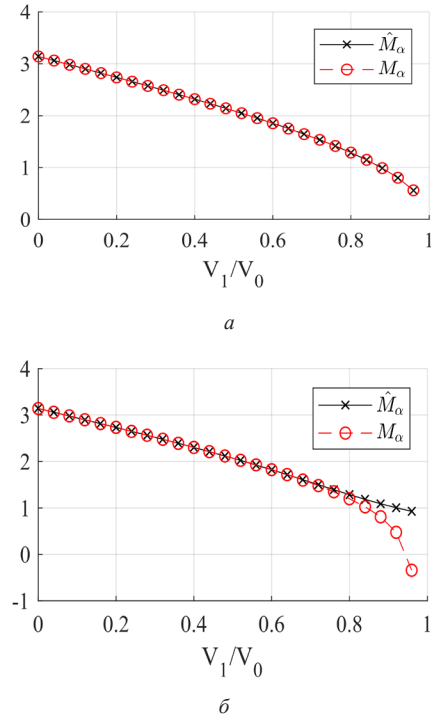


Рисунок 2 – Зависимость математического ожидания M_α (красным) и выборочного среднего $\hat{M}_\alpha$ (черным) угла α от соотношения скоростей V_1/V_0 для $\delta V_0 = 0.01$ (а), $\delta V_0 = 0.1$ (б).

Приведенные выше статистические моменты (15) и (16) позволяют найти математическое ожидание (4) и дисперсию (5) для случая некоррелированных углов $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$, при котором $\operatorname{cov}_{\alpha_1 \alpha_2} = 0$. Однако, учитывая тот факт, что в формировании и угла α_1 и угла α_2 участвует одна и та же величина V_0 , входящая в знаменатели выражений (6), целесообразно рассмотреть случай корреляции между собой углов $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$. Рассмотрим эту связь в предположении, что плотности распределения вероятностей величин близки к $\hat{b}_1, \hat{b}_2$ нормальным. Для вывода корреляционного момента с $\operatorname{cov}_{\alpha_1 \alpha_2}$ целью повышения наглядности введем функции

$$f = f(V_1, V_0) = \arccos \left(\frac{V_1}{V_0} \right),$$

$$\tilde{f} = \tilde{f}(V_2, V_0) = \arccos \left(\frac{V_2}{V_0} \right). \quad (17)$$

Искомый угол α является суммой функций (17). Корреляционный момент $\operatorname{cov}_{\alpha_1 \alpha_2}$ определяется известным выражением [5]:

$$\operatorname{cov}_{\alpha_1 \alpha_2} = M_{\alpha_1 \alpha_2} - M_{\alpha_1} M_{\alpha_2} \quad (18)$$

где $M_{\alpha_1 \alpha_2}$ – математическое ожидание произведения углов α_1, α_2 . Для вычисления выражения (18) используем разложение функций (17) в ряд Тейлора в окрестности математических ожиданий $M_{V_0}, M_{V_1}, M_{V_2}$ с сохранением величин до второго порядка включительно:

$$\alpha_1 \approx f + f_{V_1}' (V_1 - M_{V_1}) + f_{V_0}' (V_0 - M_{V_0}) + \frac{1}{2} f_{V_1 V_1}'' (V_1 - M_{V_1})^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} f_{V_0 V_0}'' (V_0 - M_{V_0})^2 + \frac{1}{2} f_{V_0 V_1}'' (V_0 - M_{V_0})(V_1 - M_{V_1});$$

$$\alpha_2 \approx \tilde{f} + \tilde{f}_{V_2}' (V_2 - M_{V_2}) + \tilde{f}_{V_0}' (V_0 - M_{V_0}) + \frac{1}{2} \tilde{f}_{V_2 V_2}'' (V_2 - M_{V_2})^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \tilde{f}_{V_0 V_0}'' (V_0 - M_{V_0})^2 + \frac{1}{2} \tilde{f}_{V_0 V_2}'' (V_0 - M_{V_0})(V_2 - M_{V_2}).$$

Соответственно приближенные значения математических ожиданий углов (19) равны

$$M_{\alpha_1} \approx f + \frac{1}{2} f_{V_1 V_1}'' \sigma_{V_1}^2 + \frac{1}{2} f_{V_0 V_0}'' \sigma_{V_0}^2; \quad (20)$$

$$M_{\alpha_2} \approx \tilde{f} + \frac{1}{2} \tilde{f}_{V_2}'' \sigma_{V_2}^2 + \frac{1}{2} \tilde{f}_{V_0}'' \sigma_{V_0}^2. \quad (20)$$

Произведение углов α_1, α_2 разложим в ряд Тейлора аналогичным образом:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \alpha_2 \approx & f \tilde{f} + f_{V_1}' \tilde{f} (V_1 - M_{\alpha_1}) + f \tilde{f}_{V_2}' (V_2 - M_{\alpha_2}) + (f_{V_0}' \tilde{f} + \tilde{f}_{V_0}') (V_0 - M_{\alpha_0}) + \\ & + \frac{1}{2} f_{V_1 V_1}'' \tilde{f} (V_1 - M_{\alpha_1})^2 + \frac{1}{2} \tilde{f}_{V_2 V_2}'' f (V_2 - M_{\alpha_2})^2 + \\ & + \frac{1}{2} (f_{V_0 V_0}'' \tilde{f} + 2 f_{V_0}' \tilde{f}_{V_0}' + \tilde{f}_{V_0 V_0}'') (V_0 - M_{\alpha_0})^2. \end{aligned}$$

Тогда приближенное значение математического ожидания произведения углов α_1, α_2 примет вид

$$M_{\alpha_1 \alpha_2} \approx f \tilde{f} + \frac{\sigma_{V_1}^2}{2} \tilde{f}_{V_1 V_1}'' + \frac{\sigma_{V_2}^2}{2} f \tilde{f}_{V_2 V_2}'' + \frac{\sigma_{V_0}^2}{2} (f \tilde{f}_{V_0 V_0}'' + \tilde{f}_{V_0 V_0}'' + f_{V_0}' \tilde{f}_{V_0}'). \quad (21)$$

Соотношение (18) при подстановке (20) и (21) переписывается в виде

$$\text{cov}_{\alpha_1 \alpha_2} = f_{V_0}' \tilde{f}_{V_0}' \sigma_{V_0}^2. \quad (22)$$

Учитывая производные $f_{V_0}' = \frac{V_1}{V_0 \sqrt{V_0^2 - V_1^2}}$, $\tilde{f}_{V_0}' = \frac{V_2}{V_0 \sqrt{V_0^2 - V_2^2}}$ и подставляя вместо величин V_0, V_1, V_2 их математические ожидания, получим окончательное выражение для корреляционного момента углов α_1, α_2 :

$$\text{cov}_{\alpha_1 \alpha_2} = \frac{M_{V_1} M_{V_2}}{M_{V_0}^2 \sqrt{M_{V_0}^2 - M_{V_1}^2} \sqrt{M_{V_0}^2 - M_{V_2}^2}} \sigma_{V_0}^2 \quad (23)$$

Зависимость $\text{cov}_{\alpha_1 \alpha_2}$ от угла α приведена на рисунке 3.

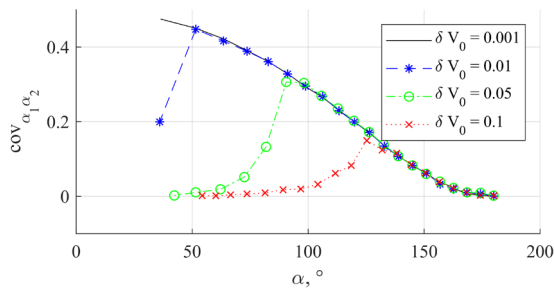


Рисунок 3 – Зависимость корреляционного момента (23) от угла α при различных коэффициентах вариации δV_0 .

Момент корреляции (23) позволяет найти дисперсию угла α для случая коррелированности оценок углов $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$. На рисунке 4 приведены зависимости выборочной дисперсии $\hat{\sigma}_{\alpha}^2$ оценки угла α и теоретической дисперсии $\hat{\sigma}_{\alpha}^2$ от соотношения измеряемых скоростей V_1/V_0 для различных коэффициентов вариации δV_0 .

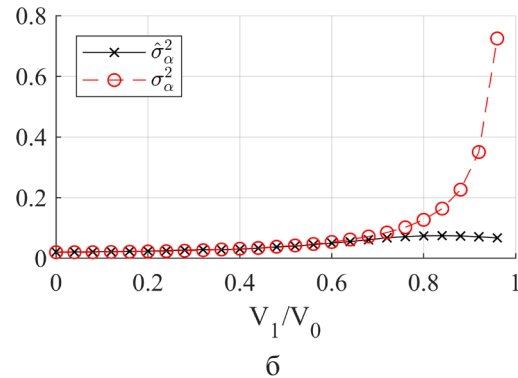
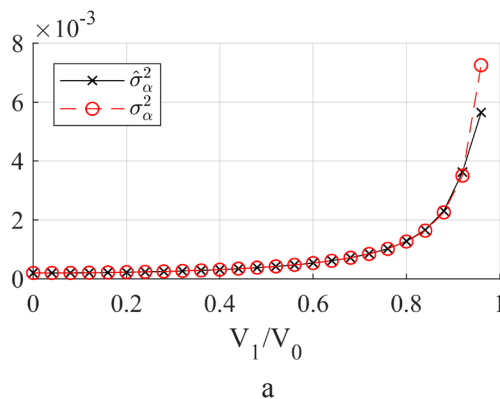


Рисунок 4 – Зависимость выборочной дисперсии $\hat{\sigma}_{\alpha}^2$ (черным) и теоретической дисперсии $\hat{\sigma}_{\alpha}^2$ (красным) угла α от соотношения скоростей для $\delta V_0 = 0.01$ (а), $\delta V_0 = 0.1$ (б).

Используя угол α можно оценить параметр ρ в соответствии с выражением (3). Статистические характеристики величины ρ можно также попытаться найти методом линеаризации ρ как функции от угла α с помощью разложения в ряд Тейлора в окрестности математического ожидания M_{α} с сохранением первых трех членов разложения [5]. Выражение математического ожидания примет вид

$$M_{\rho} \approx \rho(M_{\alpha}) + \frac{1}{2} \rho_{\alpha\alpha}''(M_{\alpha}) \sigma_{\alpha}^2. \quad (24)$$

Дисперсию можно оценить посредством выражения

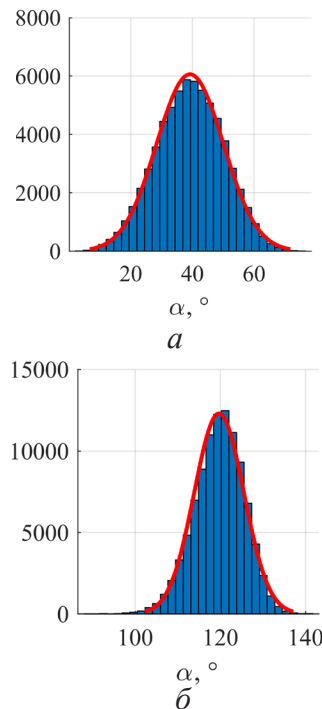
$$\sigma_{\rho}^2 = [\rho_{\alpha}'(M_{\alpha})]^2 \sigma_{\alpha}^2 + \frac{1}{4} [\rho_{\alpha\alpha}''(M_{\alpha})]^2 (\mu_4 - \sigma_{\alpha}^4) + \rho_{\alpha}'(M_{\alpha}) \rho_{\alpha\alpha}''(M_{\alpha}) \mu_3 \quad (25)$$

где μ_3 – третий начальный момент случайной величины α ;
 μ_4 – четвертый центральный момент случайной величины α .

Если сделать предположение о том, что плотность распределения вероятности имеет гауссовский вид, то выражение (25) упростится:

$$\sigma_{\rho}^2 = [\rho_{\alpha}'(M_{\alpha})]^2 \sigma_{\alpha}^2 + \frac{1}{2} [\rho_{\alpha\alpha}''(M_{\alpha})]^2 \sigma_{\alpha}^4 \quad (26)$$

На рисунке 5 приведены гистограммы распределения частот для величины α , полученные методом Монте-Карло.



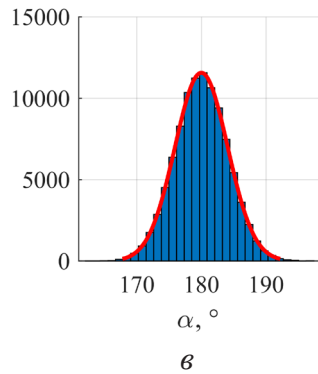


Рисунок 5 – Гистограммы распределения частот (синим) угла α и аппроксимация гауссовой кривой (красным) для различных значений $\hat{M}_\alpha$: $\hat{M}_\alpha = 40^\circ$ (а); $\hat{M}_\alpha = 120^\circ$ (б); $\hat{M}_\alpha = 180^\circ$ (в).

Ввиду громоздкости производных выражения (3) по углу α , входящих в (24) и (25), предлагается перейти к вычислению производных величины ρ^* , аппроксимирующей (3) как функцию $\rho = \rho(\alpha, \tau)$:

$$\rho^* = \rho^*(\alpha, \tau) = k_1 \coth[k_2 \alpha + k_3 \alpha \tau^2] - k_4 \sin(k_5 \alpha), \quad (27)$$

где $k_1 = 1.576$; $k_2 = 0.7848$; $k_3 = 0.5213$; $k_4 = 0.5922$; $k_5 = 0.5445$.

При этом выражения для первых двух производных $\rho^*(\alpha, \tau)$ по углу α выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha}^* (\alpha) &= -\operatorname{csch} \left[\alpha (k_2 + \tau^2 k_3) \right]^2 k_1 (k_2 + \tau^2 k_3) + k_4 k_5 \cos[\alpha k_5]; \\ \rho_{\alpha\alpha}^* (\alpha) &= 2 \coth \left[\alpha (k_2 + \tau^2 k_3) \right] \operatorname{csch} \left[\alpha (k_2 + \tau^2 k_3) \right]^2 k_1 (k_2 + \tau^2 k_3)^2 - k_4 k_5 \sin[\alpha k_5]. \end{aligned} \quad (28)$$

Для поиска аппроксимирующего выражения (27) использовалась множественная регрессия по параметрам α , τ , причем параметр τ варьировался в диапазоне $[0, 0.5]$, а угол α в диапазоне $[40, 180]$ градусов. Оптимальность аппроксимации оценивалась по следующим полученным характеристикам: коэффициент детерминации $R^2 = 0.9999$, сумма квадратов регрессионных остатков $SSE = 2.008$, а их среднеквадратическое отклонение $\sigma_{SSE} = 0.014$. Зависимости $\rho(\alpha, \tau)$ и $\rho^*(\alpha, \tau)$ приведены на рисунке 6.

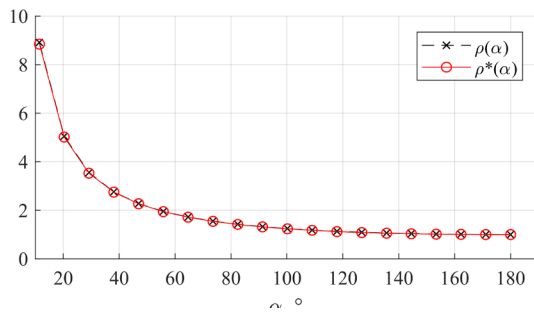


Рисунок 6 – Зависимости $\rho(\alpha)$ (черным) и $\rho^*(\alpha)$ (красным)

Также выражения для математического ожидания (24) и дисперсии (25) можно уточнить, если учесть случайный характер аргумента τ , входящего в (3) и в (27). Тогда математическое ожидание величины $\hat{\rho} = \rho(\hat{\alpha}, \hat{\tau})$ опишется выражением

$$M_\rho \approx \rho(M_\alpha, M_\tau) + \frac{1}{2} \rho_{\alpha\alpha}''(M_\alpha, M_\tau) \sigma_\alpha^2 + \frac{1}{2} \rho_{\tau\tau}''(M_\tau, M_\tau) \sigma_\tau^2 \quad (29)$$

где M_τ – математическое ожидание $\hat{\tau}$,
 σ_τ^2 – дисперсия $\hat{\tau}$.

На рисунке 7 приведены зависимости математического ожидания M_ρ и выборочного среднего $\hat{M}_\rho$ от угла α .

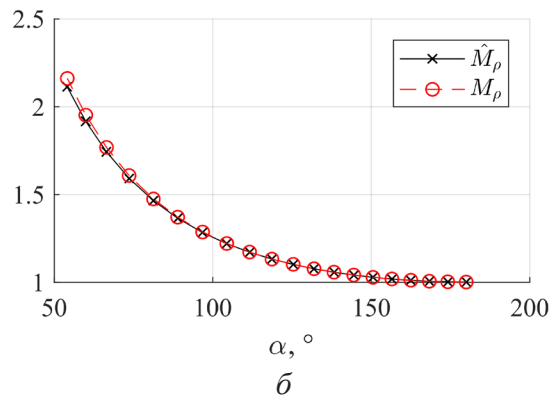
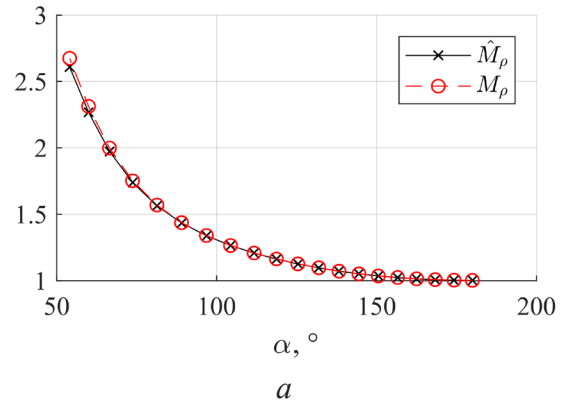


Рисунок 7 – Зависимости выборочного среднего $\hat{M}_\rho$ (черным) и математического ожидания M_ρ (красным) угла α для различных значений $\delta V_0 = 0.01$ (а), $\delta V_0 = 0.1$ (б)

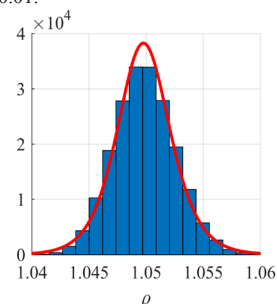
Окончательное выражение для дисперсии величины $\hat{\rho}(\alpha, \tau)$ в случае отсутствия статистической связи между α и τ примет вид

$$\begin{aligned} \sigma_\rho^2 &= [\rho_\alpha'(M_\alpha, M_\tau)]^2 \sigma_\alpha^2 + [\rho_\tau'(M_\tau, M_\tau)]^2 \sigma_\tau^2 + \\ &+ \frac{1}{2} [\rho_{\alpha\alpha}''(M_\alpha, M_\tau)]^2 \sigma_\alpha^4 + \frac{1}{2} [\rho_{\tau\tau}''(M_\tau, M_\tau)]^2 \sigma_\tau^4 + \\ &+ \rho_{\alpha\tau}''(M_\tau, M_\tau) \sigma_\alpha^2 \sigma_\tau^2 \end{aligned} \quad (30)$$

Используемые в (29) и (30) производные величины $\rho = \rho(\alpha, \tau)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_\alpha'(\alpha, \tau) &= -2k_1 k_3 \alpha \tau \operatorname{csch} \left[\alpha (k_2 + \tau^2 k_3) \right]^2; \\ \rho_{\tau\tau}''(\alpha, \tau) &= 2k_1 k_3 \alpha \operatorname{csch} \left[\alpha (k_2 + \tau^2 k_3) \right]^2 \left(4k_3 \alpha \tau^2 \coth \left[\alpha (k_2 + \tau^2 k_3) \right] - 1 \right); \\ \rho_{\alpha\tau}''(\alpha, \tau) &= 2k_1 k_3 \tau \operatorname{csch} \left[\alpha (k_2 + \tau^2 k_3) \right]^2 \left(2\alpha \coth \left[\alpha (k_2 + \tau^2 k_3) \right] (k_2 + \tau^2 k_3) - 1 \right). \end{aligned}$$

На рисунках 8 а–г синим цветом приведены гистограммы распределения частот оценки ρ , которые достаточно точно характеризуются распределением Бера (Burr distribution, Burr, (1942)) или Сингх-Маддала (Singh–Maddala distribution, Singh, S.; Maddala, G. (1976)), что отражено на рисунках 8 в виде красной огибающей. Данная статистика проверялась методом хи-квадрат с уровнем значимости $q = 0.01$.



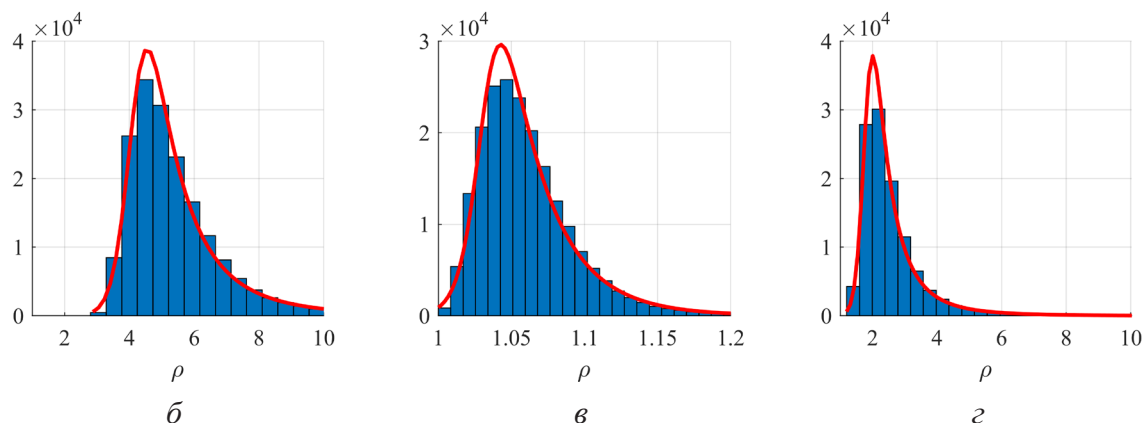


Рисунок 8 – Гистограммы распределения частот оценки ρ (синий) и аппроксимация законом Бера (красный): а, в – для коэффициента вариации $\delta V_0 = 0.01$ (а); б, г – для коэффициента вариации $\delta V_0 = 0.1$ (б);

На рисунке 9 приведены зависимости теоретической дисперсии σ_ρ^2 и выборочной дисперсии $\hat{\sigma}_\rho^2$ от значения дальности ρ .

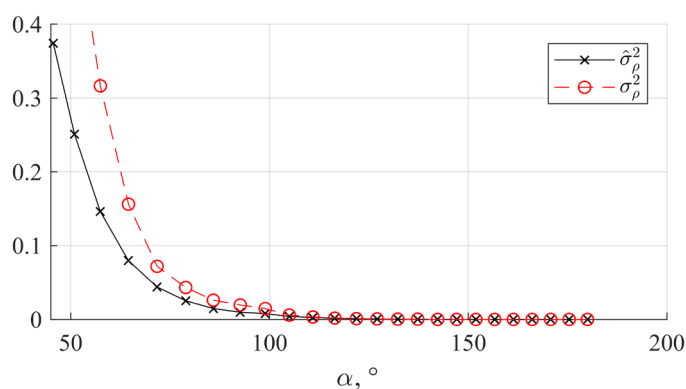


Рисунок 9 – Зависимость выборочной дисперсии $\hat{\sigma}_\rho^2$ (черным) и теоретической дисперсии σ_ρ^2 (красным) от дальности ρ при $\delta V_0 = 0.1$ (б).

Из рисунка 9 видно, что при увеличении дальности ρ быстро возрастает дисперсия ее оценки $\hat{\sigma}_\rho^2$. Более того, рассматривая производную $\rho'_\alpha(\alpha)$ как функцию чувствительности дальности ρ к изменению угла α можно заметить, что если угол α устремить к нулю, то $\rho'_\alpha(\alpha)$ устремится к минус бесконечности, что в условиях действующих погрешностей оценки α делает неинформативной оценку дальности ρ при больших ее значениях. Учитывая асимметричность закона распределения величины ρ , можно попытаться получить более точную оценку, используя обобщение нормального закона распределения на случай асимметричного распределения случайной величины ρ и наличия тяжелых хвостов [10].

Заключение

На основании результатов данного исследования можно заключить, что оценка дальности до БЛА в разностно-дальномерной навигационной системе может производиться косвенно по измерениям собственной скорости движения БЛА и двух доплеровских сдвигов частоты принимаемых навигационных сигналов. Полученные выражения для математического ожидания и дисперсии получаемой оценки дальности согласуются с результатами компьютерного

моделирования. Приведенные графики показывают, что увеличение дисперсии измерений скорости приводит к рассогласованию моментов оцениваемой дальности, получаемых аналитически и путем статистического моделирования, что обусловлено главным образом отклонением её плотности распределения вероятности от гауссовой, возникновением асимметричности и эксцесса.

Данный способ оценивания подходит только для случая скоростных объектов при низком уровне шумов измерения собственной скорости объекта, что является одним из ограничений метода. Другим ограничением является неинформативность оценки дальности при значительном удалении БЛА от линии базиса навигационной системы (более двух-трех базовых расстояний) в результате появления значительного смещения оценки дальности с ростом расстояния между БЛА и базой НС, а также с ростом ошибки измерения скорости БЛА. Можно попытаться реализовать алгоритмы оценки дальности, используя обобщение нормального закона распределения на случай

Тем не менее, в задаче наведения скоростных БЛА на цель вдоль гиперболы может быть использован рассмотренный способ оценки дальности, если не предъявляются жесткие требования к точности получаемой оценки. Например, если эта оценка является частью коэффициента усиления контура наведения и не приводит к заметному повышению флюктуационной ошибки наведения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Легкоступ В.В., Шабан С.А., Маркевич В.Е. Методика синтеза устройства управления по методу аналитического конструирования оптимального регулятора для задачи наведения летательного аппарата вдоль гиперболы. Доклады БГУИР 2022; 20(1).
2. Легкоступ В.В., Маркевич В.В. Уравнения кинематики беспилотного летательного аппарата в эллиптической системе координат при наведении по разностно-дальномерной навигационной информации. «Системный анализ и прикладная информатика». 2021;(1):12-20.

3. Легкоступ В.В. Методика определения кинематической связи между управляющим летательным аппаратом ускорениями и его эллиптическими координатами в альтернативном представлении. «Системный анализ и прикладная информатика». 2021;(3):15-24.
4. Легкоступ В.В., Маркевич В.Э. Методика определения дальности до объекта в разностно-дальномерной навигационной системе по доплеровским смещениям частоты. «Системный анализ и прикладная информатика». 2021;(4):40-46.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов / Е. С. Вентцель. – 5-е изд., стер. – М.: Высш. шк.. 1998. – 576 с.
6. Hinkley D.V. On the Ratio of Two Correlated Normal Random Variables. *Biometrika*, Vol. 56 (3), 1969, pp. 635–639.
7. Díaz-Francis, Eloísa; Rubio, Francisco J. On the existence of a normal approximation to the distribution of the ratio of two independent normal random variables. *Statistical Papers*. Springer Science and Business Media LLC. 54 (2): 309–323.
8. Johnson, N.L., Kotz, S., Balakrishnan, N. Continuous Univariate Distributions, Vol. 1, 2nd Edition. **John Wiley**, New York, 1994.
9. Burr, Cumulative Frequency Functions. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 13, No. 2, 1942, pp. 215-232.
10. Roth M., Ozkan E., Gustafsson F. A Student's t-filter for heavytailed process and measurement noise, "2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing", Vancouver, BC, 2013, pp. 5770-5774.

REFERENCES

1. Legkustup V.V. Shaban S.A., Markevich V.E. Procedure of the synthesis of control device by the method of analytical design of the optimal regulator for the problem of aircraft guidance along a hyperbola. *Doklady BGUIR* 2022; 20(1).
2. Legkustup V.V., Markevich V.E. Methodology of determining of the transfer function of engagement kinematics of accelerations of an aircraft and its elliptic coordinates used for the guidance based on time difference of arrival. «System analysis and applied information science». 2021;(1):12-20.
3. Legkustup V.V. Methodology of determining of the transfer function of engagement kinematics of accelerations of an aircraft and its elliptic coordinates in alternative representation. «System analysis and applied information science». 2021;(3):15-24.
4. Legkustup V.V., Markevich V.E. Method for determining of the distance to the object in the hyperbolic navigation system via doppler frequency offsets. «System analysis and applied information science». 2021;(4):40-46.
5. Wentzel E. S. Probability theory: textbook. for universities / E. S. Wentzel. - 5th ed. – M.: Higher. school. 1998. – 576 p.
6. Hinkley D.V. On the Ratio of Two Correlated Normal Random Variables. *Biometrika*, Vol. 56 (3), 1969, pp. 635–639.
7. Díaz-Francis, Eloísa; Rubio, Francisco J. On the existence of a normal approximation to the distribution of the ratio of two independent normal random variables. *Statistical Papers*. Springer Science and Business Media LLC. 54 (2): 309–323.
8. Johnson, N.L., Kotz, S., Balakrishnan, N. Continuous Univariate Distributions, Vol. 1, 2nd Edition. **John Wiley**, New York, 1994.
9. Burr, Cumulative Frequency Functions. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 13, No. 2, 1942, pp. 215-232.
10. Roth M., Ozkan E., Gustafsson F. A Student's t-filter for heavytailed process and measurement noise, "2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing", Vancouver, BC, 2013, pp. 5770-5774.

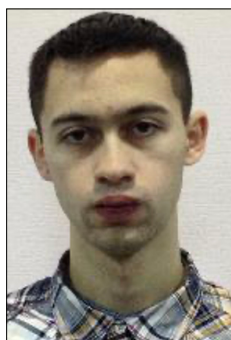
Legkustup V. V.

METHOD FOR DETERMINING OF STATISTICAL CHARACTERISTICS OF EVALUATED DISTANCE OBTAINED FROM MEASUREMENTS OF DOPPLER FREQUENCY OFFSETS

JSC «ALEVKURP» (Minsk, Republic of Belarus)

This paper presents a technique for obtaining of the main statistical characteristics of the distance estimation between the flying object and a hyperbolic navigation system using two Doppler frequency shifts of the navigation signal. This problem arises when the guidance of the object at a target point along a hyperbola using a bistatic hyperbolic navigation system is considered. Despite the fact that the object guidance loop is closed according to the time difference of arrival information, it is necessary to enter the distance between the object and the center of the navigation system into the algorithm for generating control commands in order to stabilize the frequency response of the control loop and eliminate dynamic errors. This article discusses the statistical characteristics of the estimated range based on the measurements of three values of the object's speed: its own speed and two projections of this speed on the lines connecting the object with the navigation positions.

Keywords: hyperbolic navigation, bistatic navigation, position hyperbola, Doppler frequency shift, range measurement, TDoA.



Легкоступ Виктор Валерьевич, магистр технических наук, научный сотрудник ОАО «АЛЕВКУРИТ», Беларусь, Минская обл., д. Королев Стан, ул. Московская, 1а.
Legkustup Victor Valeryevich, research officer, JSC «ALEVKURP», Minsk, Belarus.

E-mail: legkustupvv@gmail.com

УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ КОМБИНИРОВАННЫЙ СПОСОБ СОЗДАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ СИЛ И МОМЕНТОВ ДЛЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Учреждение образования «Военная академия Республики Беларусь»

Целью статьи является решение задачи синтеза и исследования системы управления беспилотного летательного аппарата с базовым и усовершенствованным комбинированным (аэродинамический и газодинамический) способом создания управляющих сил и моментов.

Задачи исследования заключаются в анализе базовой модели комбинированного способа управления и возможности использования усовершенствованной модели комбинированного способа управления, при которой будет достигаться неизменность массовых и габаритных характеристик модернизируемого объекта управления с одновременным повышением целевого качества (уменьшением конечного промаха).

Исследования основываются на применении усовершенствованного способа создания управляющих сил и моментов, где произведена оптимизация массовых характеристик, за счет использования меньшего количества микроимпульсных двигателей (только на этапах разгона и торможения), а при установке балансирующего положения (поддержание установившегося угла атаки) вместо импульсных двигателей используется рулевой привод штатной бортовой системы стабилизации беспилотного летательного аппарата аэродинамического канала управления. Что в итоге позволило сохранить неизменность массовых характеристик модернизируемого летательного аппарата и повысить точность его наведения. Результаты экспериментального математического моделирования подтверждают эффективность предлагаемого синтеза.

Ключевые слова: синтез, беспилотный летательный аппарат, управление, силы и моменты, маневренность, бортовая система стабилизации.

Введение

Для обеспечения надежного перехвата современных и перспективных средств воздушного нападения (СВН) необходимо использовать газодинамический способ создания управляющих сил и моментов, который будет основан в виде дополнения к классическому аэродинамическому управлению. Однако не маловажное значение имеет тип используемого газодинамического устройства (ГДУ), которое может быть как моментное, так и поперечное.

Моментное реализуется с помощью «стандартного» аэродинамического управления совместно с системой реактивных двигателей, которые располагаются вблизи центра масс беспилотного летательного аппарата (БЛА). Которые в свою очередь увеличивает угловую скорость вращения планера, для минимизации времени выхода на требуемый угол атаки, за счет реактивной тяги. А за счет скорости и угла атаки БЛА создается требуемое боковое ускорения обычным аэродинамическим способом (рулевым приводом). Применение моментного управления ограничено областью умеренных высот (до 20000 м), так как требуемая перегрузка обеспечивается только рулевым приводом.

Поперечное управление реализуется за счет использования двигателей, которые располагаются вблизи центра масс летательного аппарата. Принцип работы заключается в создании поперечных сил и перегрузок, которые создаются за счет реактивной тяги двигательной установки, а значит, такая реализация практически не ограничивается применением при любом высотном диапазоне.

Комбинированному способу управления посвящены ряд работ [1-5] в которых описывается:

последовательная работа аэродинамического и газодинамического способа создания управляющих сил и моментов на основе режимного переключателя или в дискретном режиме;

работа аэродинамического канала на высотах, не превышающих 10000 м, а свыше 10000 м – совместная работа аэродинамического и газодинамического каналов.

Каждый из приведенных способов управления имеет свой ряд недостатков, которые приводятся в [1-5]. В связи с этим предлагается использовать такой комбинированный

способ управления, где газодинамический канал играет вспомогательную роль на всем участке наведения на цель, особенно на конечной фазе. Для повышения скрытности работы информационных средств на начальном участке полета будет использоваться инерциальное наведение, а на конечном – самонаведение.

Реализация комбинированного способа управления заключается в повышении вероятности поражения маневрирующей цели, для ликвидации которой необходимо отработать большие перегрузки (20...40 единиц), возникающие после определения положения цели для устранения имеющегося промаха. При этом будет использоваться моментное управление. Так как принцип создания управляющих сил и моментов импульсной двигательной установкой (ИДУ) ГДУ мало чем отличается от аэродинамического способа. Отличие заключается только в том, что ИДУ создает необходимые управляющие силы и моменты за более короткий промежуток времени (0.016 сек.) по сравнению с аэродинамическими рулями (более 0.1 сек.). Что в свою очередь позволяет существенно повысить маневренность, особенно на больших высотах, где аэродинамические рули быстро теряют свою эффективность.

Выбор моментного ГДУ обусловлен требованиями неизменности планера и компоновочных характеристик БЛА. Практическое применение ГДУ зависит от множества факторов: облик, количество реактивных микродвигателей, масса-габаритные характеристики ГДУ и место их включения. При этом основным фактором при модернизации БЛА является сохранение массовых характеристики и вероятности точного наведения на цель (обеспечение минимального конечного промаха) [6].

Для реализации ГДУ на планере с аэродинамической системой управления рассматривались несколько основных вопросов описанных ниже.

1. Уточненная постановка задачи модернизации

Эффективность поражения цели определяется в основном маневренностью объекта управления [7]. Однако постоянный рост летно-технических характеристик СВН

(увеличение скоростей и высот полета) создают трудновыполнимые условия по обеспечению необходимой точности наведения.

Поэтому это приводит к необходимости повышения маневренности. С этой целью выбирается такой вариант модернизации создания управляющих сил и моментов (в сложных условиях полета (при максимальной высоте и минимальной дальности самонаведения на конечном участке наведения)) который обеспечивает повышение маневренных свойств и как следствие поражение цели с вероятностью превышающий базовый (аэродинамический) вариант компоновки.

Целевое качество отражает основное целевое предназначение технической системы (поражение цели). Эту составляющую качества обычно называют целевой эффективностью. Она представляет собой зависимость между свойствами (техническими параметрами) и результатами его функционирования.

Целевое качество, представляющее результат функционирования, рассчитываемый на единицу начальной массы определяемое выражением:

$$W_y = \frac{p \cdot m_{nz} \cdot L}{m_0}, \quad (1.1)$$

где p – вероятность поражения цели [б/р];

m_{nz} – масса полезного груза [кг];

L – дальность полета [м]; m_0 – начальная масса [кг].

Целевое качество оценивается критериальным методом, данный метод представляет собой средство измерения качества технической системы и дает ей комплексную количественную оценку которое определяет техническое совершенство, т.е. показывает насколько эффективность модернизированного образца превосходит базовый.

Вероятность поражения цели снижается на больших высотах и малой дальности самонаведения, тем самым уменьшается целевое качество. Взаимосвязь между дальностью самонаведения БЛА и p при наведении объекта управления на цель, определяется средствами наведения «расходуемыми» на ликвидацию начального промаха (ГДУ и «полезный груз» (ПГ)) и непосредственно на поражения цели:

$$(m_{nz}^M + m_{zdy}) > m_{nz}^B, \quad (1.2)$$

где m_{nz}^M и m_{nz}^B – масса ПГ базового и модернизированного БЛА [кг];

m_{zdy} – масса системы ГДУ модернизированного объекта управления [кг].

Для рассматриваемого БЛА ПГ является энергия, которую необходимо доставить к СВН (цели) [6, с.30]. Модернизация БЛА основывается не только на применении комбинированного способа управления, но и на обеспечении эффективного использования массы – так называемой весовой эффективности.

Для количественной оценки модернизируемого образца БЛА скажем, что энергия является функцией ПГ, так как в соответствии с (1.1) при увеличении m_{nz} увеличивается и целевое качество, однако при этом необходимо обеспечить выполнения условия (1.2).

Так как масса энергии на борту БЛА и промах, который отрабатывает БЛА за счет применения находящийся на борту энергии, между собой связаны, то становится очевидным, что (1.2) отражает сущность отработанного БЛА промаха, в

связи с этим дальность полета L в выражении (1.1) можно представить как:

$$L = h_{\Sigma}^{\max}, \quad (1.3)$$

где $h_{\Sigma}^{\max} = h(m_{nz}^M + m_{zdy})$ – отработанный промах.

Тогда выражение (1.1) примет вид:

$$W_y = \frac{p \cdot (m_{nz}^M + m_{zdy}) h}{m_0}.$$

При этом смысловая постановка задачи модернизации сводится к нахождению такого варианта управления, при которой обеспечивается максимальное устранение начального промаха, т.е. повышается вероятность поражения цели за счет средств наведения описанных выше.

В качестве измерителя энергии системы ГДУ и ПГ примем суммарную величину промаха h_{Σ} .

Математическая задача сводится к нахождению такого варианта модернизации – рациональное распределения массы ПГ модернизируемого объекта управления и массы системы ГДУ, при неотъемлемом выполнении условия (1.2), обеспечивающий максимум целевой функции, т.е. сохранение начальной массы.

2. Выбор типа газодинамического устройства

Комбинированный способ создания управляющих сил и моментов позволяет существенно повысить маневренные возможности при использовании моментного или поперечного управления. Применение только аэродинамического способа управления является малоэффективным [8-9].

Сравнивая два типа ГДУ, можно сделать следующие выводы:

- применение поперечного способа создания управляющих сил и моментов установка газодинамического двигателя требует значительной модернизации образца вооружения, так как он имеет большую массу и габариты;

- применение моментного способа создания сил и моментов создает более благоприятные условия для выполнения требований условия (1.2), так как тип ГДУ имеет не большую (по сравнению с поперечным ГДУ) массу и простую конструкцию, располагаемый вблизи рулевого привода аэродинамического способа управления (вдали от центра масс БЛА).

3. Анализ и выбор модели моментного газодинамического управления

Построение моментного способа управления и проведение оптимизации массы планера летательного аппарата осуществляется на основе гипотезы: масса на реализацию моментного ГДУ предполагает оптимизацию планера БЛА, при неотъемлемом выполнении условий (1.2).

Базовая (известная [6]) модель моментного газодинамического управления представлена на рисунке 3.1., в которой управляющие моменты реализуются не рулями аэродинамического управления, а за счет микроимпульсных двигателей ИДУ, поэтому на рисунке 3.1 исключено инерционное звено рулевого привода.

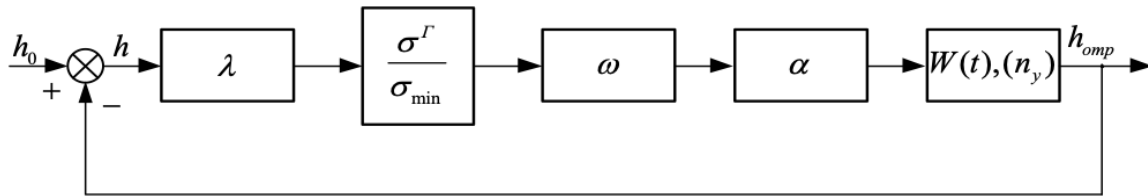


Рисунок 3.1 – Структурная схема моментного газодинамического управления

Для надежного перехвата СВН необходимо чтобы выражение (3.1) обеспечивало конечный промах близкий к нулю, для этого на вход структурной схемы (рисунок 3.1) подается входная команда λ на основании которой формируется сигнал моментного газодинамического управления σ^r , который нормируется сигналом $\sigma_{\min}$ соответствующий значению угловой скорости вращения ω , создаваемый микроимпульсным двигателем для минимизации выхода на требуемый угол атаки α , за счет применения реактивной тяги. В свою очередь $\sigma^r / \sigma_{\min}$ определяет необходимое количество двигателей, необходимых включить в момент управления. При этом ИДУ, создает угловое ускорение соизмеримое со временем работы одного импульсного двигателя находящимся в ИДУ. Благодаря чему быстродействие БЛА увеличивается более чем в 5 раз [9]. Созданные управляющие моменты поворачивают БЛА на необходимый (требуемый) α , затем процессы формирования управляющих сил, нормального ускорения и ликвидации начального промаха h_0 происходит аналогично как при аэродинамическом способе управления [7, 8].

Управляющие силы и моменты функционирования газодинамической модели обобщенно можно представить в виде:

$$h = h_0 \{ \delta_{\text{бла}}, \delta_y, D_y(t) \} - h_{\text{omp}} \{ n\dot{\omega}(t), \omega(t), \alpha(t), W_{ph}(t), \tau_{\text{си}} \}, \quad (3.1)$$

где h – конечный промах [м];
 $\delta_{\text{бла}}$ – максимальная ошибка определения координат [м];
 δ_y – максимальная ошибка определения координат цели [м];
 $D_y(t)$ – дальность действия цели [м];
 h_{omp} – отработанный промах [м];
 $n\dot{\omega}(t)$ – угловое ускорение вращения корпуса, создаваемое единичным микродвигателем [рад/с²];
 $\omega(t)$ – угловая скорость БЛА [рад/с];
 $\alpha(t)$ – угол атаки [град (рад)];
 $W_{ph}(t)$ – располагаемое нормальное ускорение, создаваемое при отработке промаха [м/с²];
 $\tau_{\text{си}} = \Delta\tau + \tau_0$ – время самонаведения [с];
 $\Delta\tau$ – длительность отработки начального промаха [с];
 τ_0 – оставшееся время самонаведения [с].

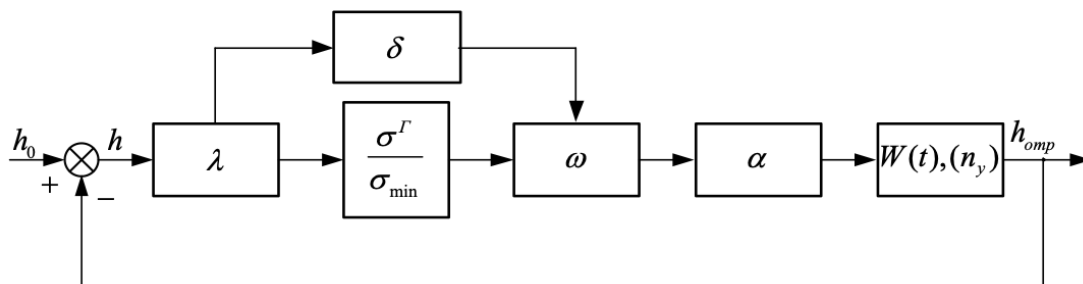


Рисунок 3.3 – Структурная схема усовершенствованного моментного комбинированного способа управления для ликвидации начального промаха

На конечной фазе наведения БЛА на цель выполняются следующие режимы, представленные на рисунке 3.2: отработка начального промаха h_0 и установка балансирующего положения.

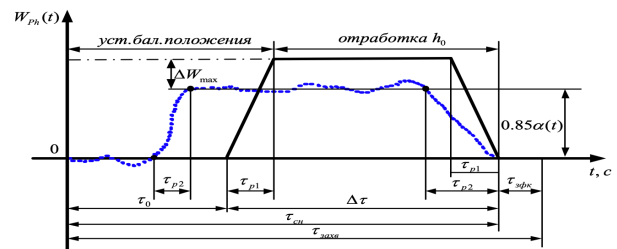


Рисунок 3.2 – Формирование перегрузки или нормального ускорения при аэродинамическом (штриховая линия) и газодинамическом (сплошная линия) управлении

В статье представлена усовершенствованная модель моментного газодинамического способа создания управляющих сил и моментов, отличающаяся от моментного представленного на рисунке 3.1 способом создания сил и моментов и количеством используемых для этого импульсных двигателей, для обеспечения выполнения условия (1.2).

МИД включаются на каждой стадии регулирования:
 – на этапе выхода на нужный угол атаки для ее разгона и торможения включаются $(n_1 + n_2)$ МИД;
 – на этапе демпфирования относительно установившегося угла атаки используется (n_3) МИД.

Таким образом, количество МИД в одной стадии регулирования составляет $(n_1 + n_2 + n_3)$. Управление по такому способу (см. рисунок 3.1) осуществляется лишь за счет применения ГДУ, при этом рулевой привод аэродинамической компоновки остается не задействован.

В усовершенствованной модели моментного управления, показанной на рисунке 3.3 используется иная схема функционирования (по сравнению со схемой на рисунке 3.1), где импульсные двигатели используются на этапе выхода на нужный угол атаки для ее разгона и торможения, т.е. включаются $(n_1 + n_2)$ импульсных двигателей.

Функционирование такого способа обобщенно можно представить в виде:

$$h = h_0 \{ \delta_{\text{бла}}, \delta_y, D_y(t) \} - h_{\text{omp}} \{ n\dot{\omega}_1(t), \delta(t), \omega(t), \alpha(t), W_{Ph}(t), \tau_{ch} \}, \quad (3.2)$$

где $\delta(t)$ – рулевой привод аэродинамического способа создания сил и моментов.

На этапе демпфирования БЛА используется рулевой привод аэродинамического управления. Такая модель дает значительный выигрыш массовых характеристик и обеспечивает выполнение (1.2).

4. Построение ИДУ модернизируемого БЛА

Усовершенствованный комбинированный моментный способ управления входит в систему управления БЛА, которая в итоге будет содержать:

- аэродинамический канал управления в системе стабилизации и исполнительный элемент – рулевой привод;
- газодинамический канал управления в системе стабилизации и исполнительный элемент – ИДУ, соответственно.

Величина $\bar{\sigma}^T / \sigma_{\min}$ на рисунке 3.3 определяет количество n_1 импульсных двигателей на этапе разгона, которые «передают» БЛА угловое ускорение $n\dot{\omega}_1(t)$ и скорость $n\omega_1(t)$, которая определяется выражением: $\omega_1 = \dot{\omega}_1 \cdot \tau_{ud}$. После выхода на требуемый α , на него действует угловое ускорение $n\dot{\omega}_1(t)$, созданное рулевым приводом аэродинамического способа управления, без использования ИДУ. При этом, угловая скорость БЛА может иметь отрицательную производную:

$$\dot{\omega} = -\frac{\omega_1(n_1 - n_2)}{T - 2 \cdot \tau_{ud}}, \quad (4.1)$$

где T – время переходного процесса [с]; τ_{ud} – время работы одного импульсного двигателя [с].

Для расчета необходимого количества импульсных двигателей на одном этапе регулирования будем использовать максимальные значения $\alpha_{\max}(t)$ и $T_{уст}$, так как при различных значениях угла атаки и установившегося времени их количество изменится.

Количество МИД в одной стадии регулирования будут равны:

$$\begin{cases} \omega_1 = \dot{\omega}_1 \cdot \tau_{ud}; \\ \alpha(T) = \frac{n_1 + n_2}{2} \cdot \omega_1(T - \tau_{ud}); \end{cases} \quad (4.2)$$

где ω_1 – угловая скорость создаваемая единичным МИД [рад/с]; $\dot{\omega}_1$ – угловое ускорение вращения корпуса, создаваемое единичным МИД [рад/с²], определяемое на основе динамического коэффициента эффективности ИДУ, для случая его переднего расположения [6, стр.383].

$$n_1 = E \left[\frac{\bar{x} \cdot \alpha(T)}{\omega_1 \cdot \left(\tau_{\bar{x}} - \frac{\tau_{ud}}{2} - \frac{(\tau_{\bar{x}} - \tau_{ud})^2 \cdot (1 - n_2 / n_1)}{2 \cdot (T - \tau_{ud})} \right)} \right],$$

где E – операция округления числа находящегося внутри скобки;

$\bar{x}$ – время выхода на требуемый угол атаки [с];

$\tau_{\bar{x}}$ – требуемое время реакции [с].

При этом для управления без аэродинамических сил или для отклонения аэродинамических рулей при переходе в балансировочный режим $n_1 = n_2$ и при случае включения ИДУ только для разгона (без торможения) $n_2 = 0$ из (4.3) следует:

$$n_1 = n_2 = E \left[\frac{\alpha(T)}{\omega_1 \cdot (T - \tau_{ud})} \right];$$

$$n_1 = E \left[\frac{2 \cdot \alpha(T)}{\omega_1 T} \right], \quad n_2 = 0.$$

– на этапе демпфирования автоколебаний [6, стр.430]

$$\Delta T = \frac{\sigma_{\min}}{\dot{\omega}_a} \frac{1}{k_{\text{дус}}} + \tau_{ud} - L_{\text{длу}} \cdot \frac{k_{\text{длу}}^2}{k_{\text{дус}}^2}, \quad (4.4)$$

где $\sigma_{\min}$ – среднее значение угловой скорости вращения, создаваемой одним МИД [б/р];

$k_{\text{дус}}$ – коэффициент усиления контура датчику угловой по скорости [с];

$L_{\text{длу}}$ – расстояние установки датчика линейного ускорения от центра масс объекта управления [м];

$k_{\text{длу}}^2$ – коэффициент усиления по датчику линейного ускорения [с²/м];

ΔT – период автоколебаний [с];

$\dot{\omega}_a$ – угловое ускорение, создаваемая аэродинамическими силами [рад/с²].

$$\begin{cases} k = E \left[\frac{\Delta T}{\Delta t_{cy}} + 1 \right]; \quad \Delta \tau = \Delta t_{cy} \cdot k; \\ n_i = E \left[\frac{\Delta \tau}{\tau_{ud}} \cdot \frac{\dot{\omega}_a}{\dot{\omega}_1} \right]; \quad n_3 = E \left[\frac{T_{уст}}{\Delta \tau} \right] \cdot n_i \end{cases}, \quad (4.5)$$

где k – кратность регулирования [б/р];

Δt_{cy} – дискретность управления [с];

$T_{уст}$ – время поддержания установившегося режима [с];

n_3 – число МИД в режиме демпфирования;

n_i – число МИД, включаемых в одном периоде.

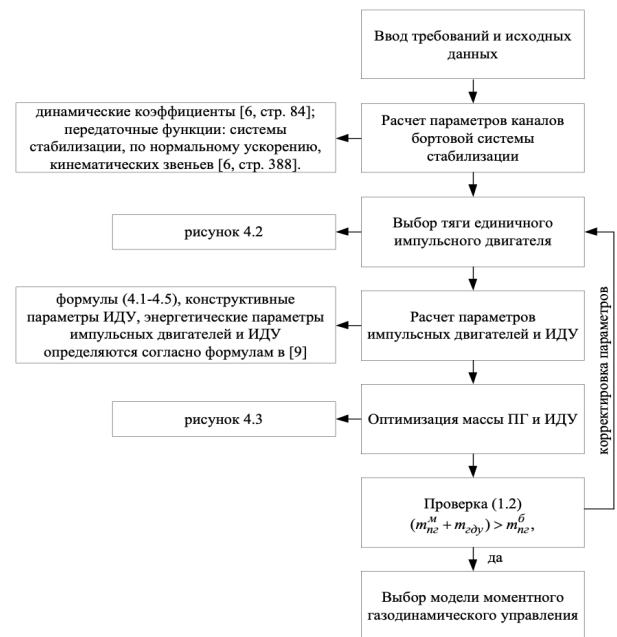
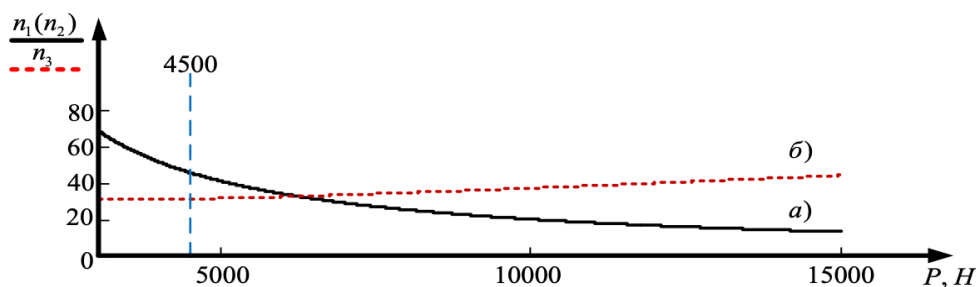


Рисунок 4.1 – Общий алгоритм исследования реализуемости предлагаемых моделей моментного газодинамического управления

По результатам оптимизации количества используемых МИД, требуемых для включения на двух этапах регулирования одной стадии регулирования, представленных на

рисунке 3.3, по тяге единичного МИД, была определена оптимальная тяга, равная 4500 кгс.



а) вывод на необходимый б) этап демпфирования

Рисунок 4.2 – Определение оптимальной тяги

Усовершенствованная комбинированная модель управления реализуется с тягой равной 4500 Н и секундным расходом 2,0 кг/с, благодаря меньшей требуемой массе (требует меньшее количество ИД), а использование базовой модели с такой же тягой и секундным расходом топлива было бы невозможно, без увеличения массовых характеристик БЛА.

В соответствии с уточненной постановкой задачи модернизации оптимальное распределение массы ПГ базовой модели (следовательно, определение значений массы ПГ модернизированной модели и массы ИДУ) находится путем максимизации создаваемого промаха при выполнении условия (1.2), определяемое промахом:

$$h_{\text{сум}} = h_{\text{опр}}^{\text{сду}}(m_{\text{иду}}) + h_{\text{нз}}^{\text{м}}(m_{\text{нз}}^{\text{м}}), \quad (4.6)$$

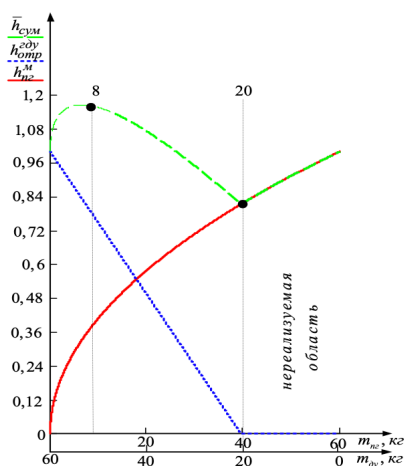
где $h_{\text{опр}}^{\text{сду}}$ – промах создаваемый ГДУ и затраты на его достижения $m_{\text{иду}}$ [м];

$h_{\text{нз}}^{\text{м}}$ – промах создаваемый модернизированным ПГ [м].

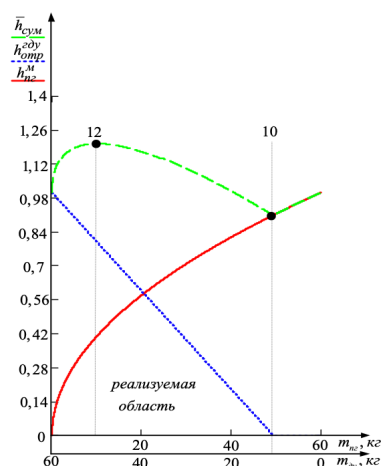
Вычисления существенно упрощаются, если при решении данной задачи оперировать нормированными значениями промахов [9]:

$$\bar{h}_{\text{сум}} = \bar{h}_{\text{сум}}^{\text{сду}} + \bar{h}_{\text{нз}}^{\text{м}}, \quad (4.7)$$

где $\bar{h}_{\text{сум}}^{\text{сду}} = \frac{h_{\text{опр}}^{\text{сду}}}{h_{\text{сду}}^{\text{макс}}}$, $\bar{h}_{\text{нз}}^{\text{м}} = \frac{h_{\text{нз}}^{\text{м}}}{h_{\text{нз}}^{\text{макс}}} \cos^{-1} \theta$ – нормированные функции ИДУ и ПГ [м].



а) базовая модель



б) усовершенствованная модель

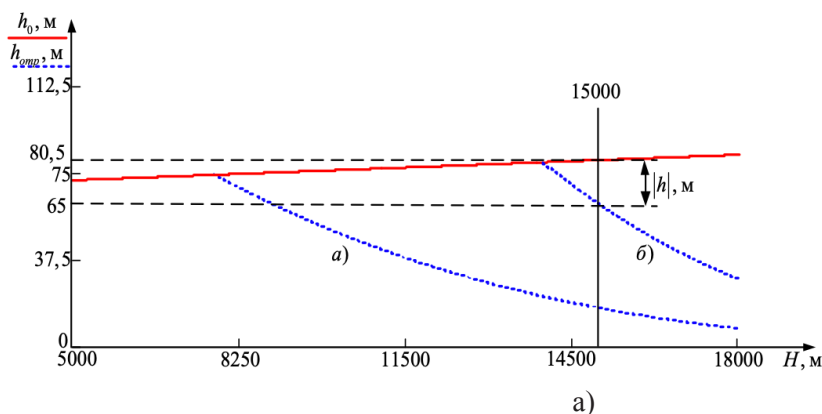
Рисунок 4.3 – Весовая функция, определяющая оптимальные массы ПГ и ИДУ

Весовая эффективность, полученная благодаря усовершенствованному комбинированному способу управления, количественно определяет оптимальную массу БЛА, и показывает нереализуемую область изменяющейся массы, как показано на рисунке 4.3.

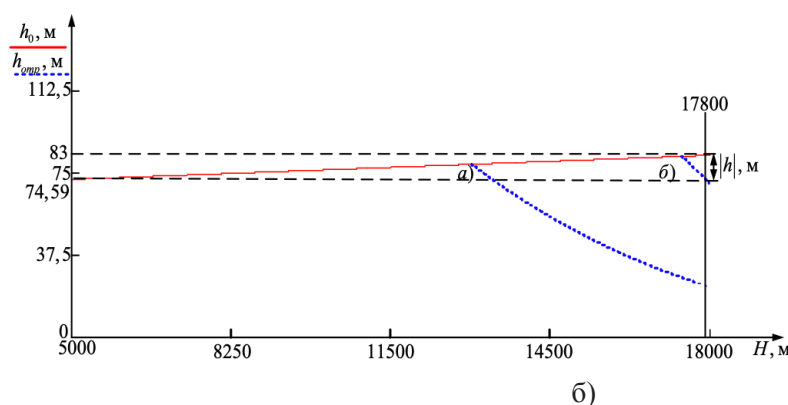
Согласно нереализуемой области, применение базовой модели возможно лишь в случае, когда выделенная масса для ИДУ моментного управления больше 20 кг, а для усовершенствованного комбинированного способа управ-

ления соответствующая масса – свыше 10 кг. Что является существенной разницей в двух исследуемых способах управления. В условиях модернизации базовая модель со своей особенностью оказывается трудно реализуемой по сравнению с усовершенствованной.

На рисунке 4.4 показано изменение начального, отработанного и конечного промахов в зависимости от высоты полета и быстродействия ЗУР при базовом и усовершенствованном комбинированном управлении.



- а) при $\tau_{\text{сн}} = 2,0 \text{ с}$,
 $h_0 = 76,5 \text{ м}$, $h_{\text{опр}} = 61 \text{ м}$,
 $|h| = 15,5 \text{ м}$,
 б) при $\tau_{\text{сн}} = 3,0 \text{ с}$,
 $h_0 = 80,5 \text{ м}$, $h_{\text{опр}} = 65 \text{ м}$,
 $|h| = 15,5 \text{ м}$.



- а) при $\tau_{\text{сн}} = 2,0 \text{ с}$,
 $h_0 = 79,3 \text{ м}$, $h_{\text{опр}} = 73,1 \text{ м}$,
 $|h| = 6,2 \text{ м}$,
 б) при $\tau_{\text{сн}} = 3,0 \text{ с}$,
 $h_0 = 83 \text{ м}$, $h_{\text{опр}} = 74,59 \text{ м}$,
 $|h| = 8,41 \text{ м}$.

а) базовая модель

б) усовершенствованная модель

Рисунок 4.4 – Промах в зависимости от высоты полета и быстродействия

Результаты моделирования, представленные на рисунке 4.4, показывают, что время реакции ЗУР при отработке промаха уменьшилось почти в 5 раз и остается неизменным на всем диапазоне высот, а также при фиксированном значении высоты и времени самонаведения наблюдается уменьшение конечного промаха.

Заключение

Предлагаемая модернизация позволяет повысить маневренные возможности БЛА, и как следствие повысить це-

левую эффективность рассматриваемого образца вооружения.

Предложенный усовершенствованный комбинированный способ оптимизации параметров ИДУ, а в частности ПГ объекта управления, в котором работа МИД заключается только на этапах разгона и торможения, а за счет рулевого привода аэродинамического способа управления штатной бортовой системой стабилизации – этап демпфирования, что позволило обеспечить значительный выигрыш массовых характеристик БЛА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fan Yonghua, Li Xin, Yang Jun, Zhang Yuzhuo, Design of Autopilot for Aerodynamic Reaction-jet Multiple Control Missile Using Variable Structure Control, Proceedings of the 27th Chinese Control Conference, July 16-18, 2000.
2. Yong Seok Choi, Ho Chul Lee, Jae Weon Choi, Autopilot design for agile missile with aerodynamic fin and side thruster SICE 2003 Annual Conference, 2, pp.1476–1481.
3. Yuhang Wang, Yu Yao, Kemao Ma, Lateral Thrust and Aerodynamics Blended Control System Design Based on Variable Structure Model Following, Intelligent Control and Automation, 2006, WCICA 2006. The Sixth World Congress on, vol.2, no., pp.8183–8186.
4. Zhao Yuyu, Yang Baoqing, Li Xinglong, Adjustable lateral thrust and aerodynamics blended control system design based on auto disturbance rejection controller, Control Conference (CCC), 2013 32nd Chinese, 26-28 July 2013, pp.5041, 5045.
5. Ву Хао Тиен, Синтез бортовой системы стабилизации сверхманевренных беспилотных летательных аппаратов с комбинированным способом создания управляющих сил и моментов на основе метода диаграммных коэффициентов / Техника и Технологии. – 2013. – №6 (59). – С. 14–25.
6. Проектирование зенитных управляемых ракет / И.С. Голубева [и др.]; под общ. ред. И.С. Голубева – М.: Издательство МАИ, 1999. – 728 с.
7. Лопухов, А. В. Способ повышения эффективности наведения беспилотного летательного аппарата на высокоскоростные и высокоманевренные цели / А.В. Лопухов, А.А. Бабченко // Системный анализ и прикладная информатика. – 2020. – №1. – С. 4–10.
8. Кун, А. А. Основы построения систем управления ракетами / А. А. Кун, В. Ф. Лукьянов, С. А. Шабан. – М.: Изд. академии, 2016. – 232 с.

9. Лопухов, А. В. Бортовая система стабилизации зенитной управляемой ракеты с комбинированным способом создания управляющих сил и моментов / А.В. Лопухов, А.И. Федоров, В.Р. Драгун // Вестник Военной академии Республики Беларусь. – 2021. – №3 (72). – С. 42–49.

REFERENCES

1. Fan Yonghua, Li Xin, Yang Jun, Zhang Yuzhuo, Design of Autopilot for Aerodynamic Reaction-jet Multiple Control Missile Using Variable Structure Control, Proceedings of the 27th Chinese Control Conference, July 16-18, 2000.
2. Yong Seok Choi, Ho Chul Lee, Jae Weon Choi, Autopilot design for agile missile with aerodynamic fin and side thruster SICE 2003 Annual Conference, 2, pp.1476–1481.
3. Yuhang Wang, Yu Yao, Kemao Ma, Lateral Thrust and Aerodynamics Blended Control System Design Based on Variable Structure Model Following, Intelligent Control and Automation, 2006, WCICA 2006. The Sixth World Congress on, vol.2, no., pp.8183–8186.
4. Zhao Yuyu, Yang Baoqing, Li Xinglong, Adjustable lateral thrust and aerodynamics blended control system design based on auto disturbance rejection controller, Control Conference (CCC), 2013 32nd Chinese, 26-28 July 2013, pp.5041, 5045.
5. Wu Hao Tien, Synthesis of an on-board stabilization system for super-maneuverable unmanned aerial vehicles with a combined method for creating control forces and moments based on the method of diagrammatic coefficients / Technique and Technology. – 2013. – №6(59). – P. 14–25.
6. 3. Designing anti-aircraft guided missiles / I.S. Golubeva [et al.]; under the general. ed. I.S. Golubeva - M.: Publisher MAI, 1999. - 728 p.
7. Lopukhov, A.V. Method for increasing the efficiency of guidance of an unmanned aerial vehicle at high speed and highly maneuverable targets / A.V. Lopukhov, A.A. Babchenok // Systems analysis and applied informatics. – 2020. – №1. – P. 4–10.
8. Kuhn, A.A. Fundamentals of building rocket control systems / A. A. Kuhn, V.F. Lukyanov, S.A. Shaban. – M.: Publishing House. Academy, 2016. – 232 p.
9. Lopukhov, A.V. On-board stabilization system of anti-aircraft guided missiles with a combined method of creating control forces and moments / A.V. Lopukhov, A.I. Phedorov, V.R. Dragun // Herald of the military academy of the Republic of Belarus. – 2021. – №3(72). – P. 42–49.

LOPUHOV A.V.

AN IMPROVED COMBINED METHOD OF CREATING CONTROL FORCES AND MOMENTS FOR AN UNMANNED AERIALVEHICLE

Military academy of the Republic of Belarus

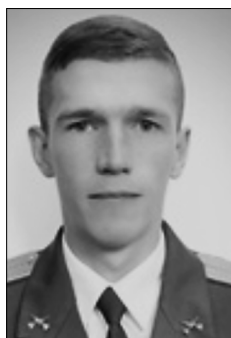
The purpose of the article is to solve the problem of synthesis and research of the control system of an unmanned aerial vehicle with a basic and improved combined (aerodynamic and gas-dynamic) method of creating control forces and moments.

The objectives of the study are to analyze the basic model of the combined control method and the possibility of using an improved model of the combined control method, at which the invariability of the mass and dimensional characteristics of the upgraded control object will be achieved with a simultaneous increase in the target quality (reduction of the final miss).

Research is based on the use of an improved method for creating control forces and moments, where the optimization of mass characteristics is made, for using of a smaller number of micropulse motors (only at the stages of acceleration and braking), and when setting the balancing position (maintaining a steady angle of attack), instead of impulse engines, a steering drive is used standard onboard stabilization system of an unmanned aerial vehicle aerodynamic control channel. Which ultimately made it possible to preserve the invariability of the mass characteristics of the aircraft being upgraded and to increase the accuracy of its guidance.

The results of experimental mathematical modeling confirm the effectiveness of the proposed synthesis.

Keywords: *synthesis, unmanned aerial vehicle, control, forces and moments, maneuverability, airborne stabilization system.*



Лопухов Андрей Викторович, магистр технических наук учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь»
Lopuhov Andrey Viktorovich, master of technical sciences educational establishment «Military academy of the Republic of Belarus».

E-mail: lopukhov.2017@mail.ru

VISHNYAKOU U.A.,
SHAYYA B.H.

IMPLEMENTATION OF THE INTERNET OF THINGS NETWORK FOR MONITORING AUDIO INFORMATION ON A MICROPROCESSOR AND CONTROLLER

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Republic of Belarus

The subject of research is the development and implementation of Internet of Things (IoT) network structures for monitoring and analyzing audio information based on Raspberry microprocessor (MP) and an Arduino controller. The purpose of the article is to detail the process of developing an IoT based audio information monitoring network and evaluate the results. The authors have developed two variants of IoT structures for monitoring and analyzing audio and voice information. The IoT network includes a sound sensor (microphone), a unit for analyzing the information received from it and a decision-making module. A diagram of the first IoT structure for assessing the sound level based on the MP and controller is given.

The algorithm of IoT network functioning for the analysis of voice information is detailed. It includes receiving information from the microphone, transmitting this information to the MP, processing it according to certain rules, forming a solution by the controller and issuing recommendations to a user. The algorithm is implemented in the IoT network, which includes a microphone, Raspberry MP, Arduino controller, software, applications for the operator.

A prototype of the IoT network was created for the analysis of voice information and experiments were conducted to test its functioning. The audio recognizer was trained using various audio samples. The voice sound analysis system was tested in four scenarios: with a large and small amount of background noise, loud and quiet voice. Analysis of the results of the experiment showed that the voice sound analysis system works better when the voice is loud, as well as in a place where the situation is with minimal background noise.

Keywords: network structure, sound sensor, microprocessor, controller, software.

Introduction

According to the World Health Organization, the global population has increased dramatically in recent years, with most of this growth occurring in urban areas and cities. As a result, cities and urban planners are now facing new challenges. Monitoring cities is a new necessity for monitoring the well-being of residents, CO₂ levels, water quality and noise levels, to name just a few.

The psychological well-being of people is one of the most important aspects of urban life, and noise pollution ranks first on this list. Excessive noise levels or annoying sounds that disturb people and animals in their homes, recreation areas or workplaces are called noise pollution. This type of pollution has various physical and psychological consequences for human health. A large number of vehicles, construction areas and human-generated noises, such as the sounds of nightlife, are the main causes of noise pollution.

Noise levels usually differ during the day and at night. In residential areas, restrictions are accepted that do not exceed 65 dBA during the day and 55 dBA at night [1]. The accepted standards of the recommended permissible exposure time for continuous time-weighted noise state that for every 3 dBA more than 85 dBA, the permissible exposure time to possible damage is halved, for example, 85 dBA is associated with an acceptable exposure time of 8 hours; 88 dBA for 4 hours, 91 dBA for 2 hours [2].

The authors propose the implementation of two IoT structures based on the previously developed multi-agent system for sound environmental monitoring [3]. The first variant of the proposed structure evaluates the level of environmental sounds. The second IoT structure recognizes the sound commands of the human voice. The IoT

network is a good implementation of the proposed options for a multi-agent system for analyzing audio information.

Multi-agent system for monitoring sound information using IoT

This system consists of a small Raspberry Pi 3 microcomputer packed on a single board and small enough to fit in the palm of hand. Despite all this, Raspberry Pi 3 has sufficient power to process complex computer projects [4, 5]. It contains enough tools to run the full version of Raspbian OS.

Raspberry Pi 3 is a useful device that is well suited for creating an IoT network in the form of wearable and embedded implementations to reduce their size. Raspberry Pi 3 is equipped with a smaller mini HDMI connector that provides access to a smartphone, iPad and other external devices.

Raspberry Pi 3 is connected to a solar battery, which provides its power 24/7. It will also be connected to the wireless Internet using the Wi-Fi protocol (can use other communication). The sound device is also connected to the Raspberry Pi 3 to detect and analyze sound from the environment. Raspberry Pi 3 is connected to the Arduino Uno system, which is an open source microcontroller board based on the Microchip ATmega328P microcontroller and developed by Arduino. cc [6]. The board is equipped with sets of digital and analog I/O pins, which can be connected to various expansion boards (screens) and other circuits (fig.1) [4, 5].

On the Arduino side, a solar battery and a global mobile communication system (GSM) can be connected to communicate with the operator [6].

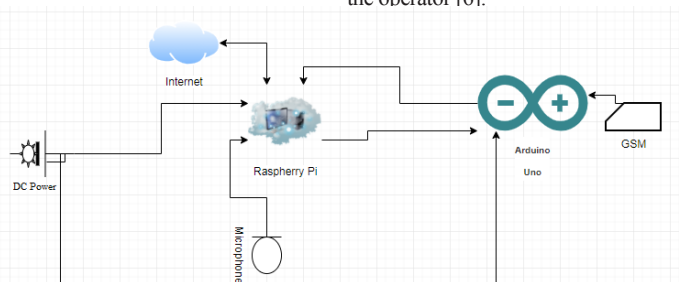


Figure 1. Multi-agent system for monitoring sound information using IoT

Algorithm and structure of a multi-agent automatic voice detection system

The sound detection algorithm based on the median filter is highly reliable even in conditions of significant background noise. At the recognition stage, two statistical classifiers are compared using Gaussian Mixture models (GMM) and Hidden Markov Models (HMM), respectively. It can be shown that a fairly good recognition rate can be achieved (98% at 70 dB and above 80% at a signal-to-noise ratio of 0 dB), even with a strong deterioration in Gaussian white noise.

The steps of the proposed algorithm are as follows.

1. The sound (audio) is received by the sensor (microphone).
2. The Google voice API is used to convert audio to text.
3. The text is compared with other commands in the command configuration file, that have already been recognized.
4. The bash command interpreter works, if the text

corresponds to any command previously recognized.

5. The recognized command from Raspberry Pi as an interactive response system is sent to the Arduino controller.

6. Based on this message, the Arduino will interact with the GSM connected to it.

7. The GSM system sends a message to the desired destination to the operator.

The block diagram of the IoT system implementing the operation of this algorithm, using the appropriate software for processing voice sound, based on the Raspberry Pi MP and the Arduino controller is shown in the figure. 2.

A prototype of the proposed system was created and experiments were conducted to test the proposed system and determine its correctness of its functioning. The audio recognizer was trained using various audio samples (in the format.wav). After that, the voice of the same person, who was registered in system, was used in various situations to assess the accuracy of the IoT. Below the data on the results shall be given.

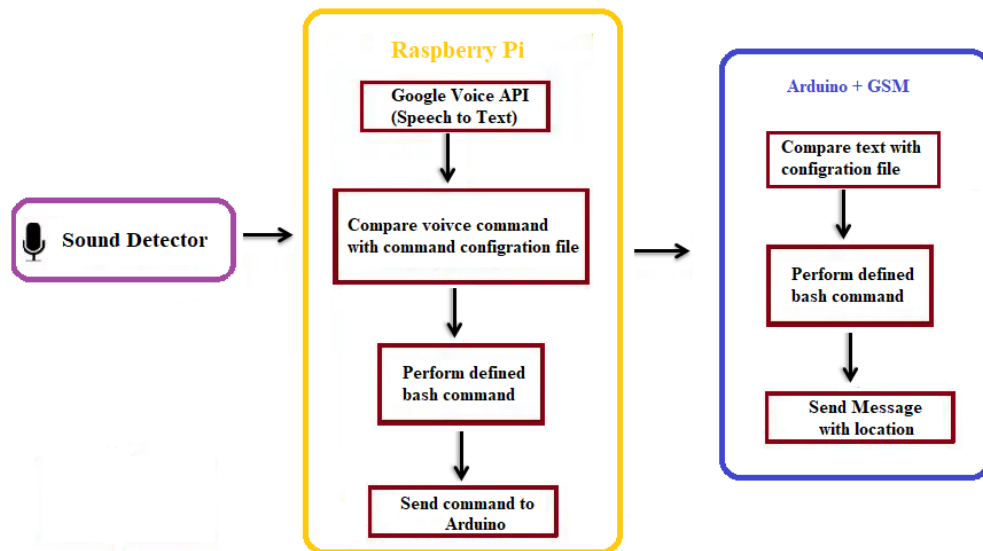


Figure 2. Block diagram for automatic detection of a sound command

Structure of IoT voice detection system

The complete detection and recognition system is described and evaluated based on an audio database containing more than 800 signals distributed across six different classes. The emphasis is on reliable methods that allow using this system in a noisy environment [7].

A Raspberry Pi single-board computer and an Arduino were used to create a sound detection module, which is mainly based on software. All hardware components are ready-to-use peripherals that are connected directly to Raspberry Pi and Arduino and configured according to the needs of the project.

There are various Raspberry Pi models, but the project is working on Model B. It has eight universal inputs/outputs, two USB ports; high definition multimedia interface (HDMI) output and other non-project related functions. In addition, the Raspberry Pi needs an operating system that is stored on a secure digital (SD) card. Choosing an operating system was not easy due to their large number; the most relevant are Raspbian, Pidora and RISC OS.

Raspbian was chosen for the current project because of the wide variety of tutorials and information available online. Raspbian is a Linux operating system with a free license, based on Debian and optimized for its use with Raspberry Pi hardware [4, 5].

The approach used for speech recognition

Speech recognition is the process of identifying a voice based on a spoken word by performing signal conversion [7], which is captured by an audio device (voice input device). Speech recognition – it is also a system used to recognize verbal commands of the human voice, and then convert them into data, that can be influenced by a computer. Sound is something that can be heard and has certain signal characteristics, while speech is a sound consisting of spoken words. Voice or speech recognition – this is one of the efforts needed to make the sound recognizable or identifiable so, that it can be used. Voice recognition can be divided into three approaches, namely the acoustic-phonetic approach, the approach using artificial intelligence and the approach with pattern recognition [8]. The approach to pattern recognition for speech recognition can be explained using a flowchart, it is shown in figure 3 [9].

Machine learning is part of Google's cloud platform for creating applications that can hear, see and understand the world around them. In pre-prepared machine learning models, the Google Translate API and the Cloud Vision API were integrated into the Google Cloud Speech API.

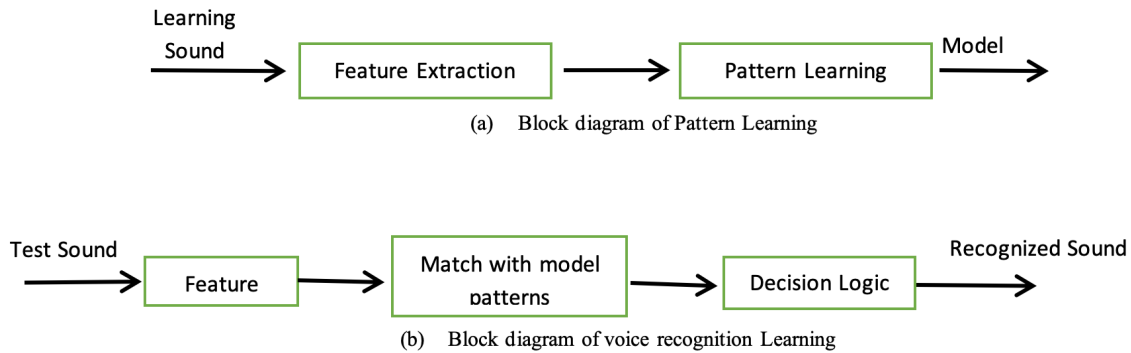


Figure 3. Speech recognition flowchart

With such a complete API, developers can develop applications that can view, hear and translate [10]. The Google Cloud Speech API allows developers to turn audio into text by applying neural network models using the API. The API can recognize more than 110 languages and variants to support a global user base. You can also write custom text by dictating using the microphone of the application, enable voice control or record audio files, among many other use cases, recognizing downloaded audio on demand, and integrate with the audio storage in Google cloud storage [11].

Evaluation of sound detection using an automatic detector

A prototype of the proposed system was created and experiments were conducted to test the proposed system and determine its correctness. The audio recognizer was trained using various audio samples (in the format.wav). After that, the voice of the same person who was registered was used in various situations to assess the accuracy of the system. The voice sound detection system has been tested in various scenarios, such as.

1. An environment with a lot of background noise.
2. Quiet environment with minimal background noise.
3. An environment where the voice is not loud (quiet).
4. The situation when the voice is loud.

Figure 4 shows the results achieved.

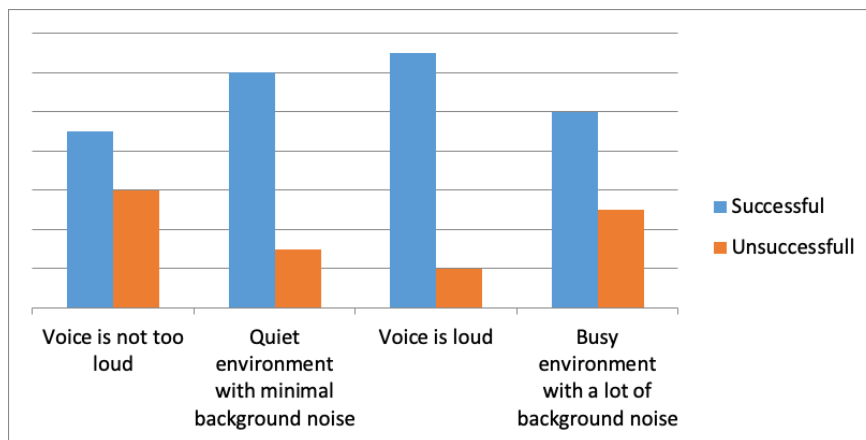


Figure 4. Sound detection in various environments results

Figure 4 shows the results of how the system worked on 150 test samples of the audio voice, after the audio voice was previously registered in the module database. Table 1 shows the statistical data obtained.

Table.1: Success Rate of Automatic Sound Detecting System

S/No.	Test Condition	Number of Accuracy	Percentage (%)
1	Voice is not too loud	90/60	60.00
2	Quiet environment with minimal background noise	120/30	80.00
3	Voice is loud	130/20	86.67
4	Busy environment with a lot of background noise	100/50	66.67

The analysis of the data in Table 1 showed that the voice sound analysis system works better when the voice is loud, as well as in a place where there is minimal background noise.

Conclusion

1. Sound detection and analysis is implemented in the form of an IoT system, including a sound sensor, a Raspberry Pi single-board computer, an Arduino microcontroller with the appropriate software, a notification to the operator.

2. Developed structures and tools for the analysis of sounds and the human voice. For the second structure, an algorithm is presented, that includes the conversion of voice into code, the identification of an analogue and its processing with sending a notification to the operator.

2. A study of the implementation of IoT network for voice analysis on 150 examples was conducted. From the tests conducted and the results it can be concluded, that the voice sound analysis system works better when the voice is loud, as well as in a place where there is minimal background noise.

REFERENCES

1. UNE-ISO 1996-1:2005. Acoustics: Description, Measurement and Assessment of Environmental Noise. Basic Quantities and Assessment Procedures; ISO: Geneva, Switzerland, 2005.
2. Passchier-Vermeer, W.; Passchier, W.F. Noise exposure and public health. *Environ. Health Perspect.* 2000, 108, 123–131.
3. Vishnyakou, U.A. Approach to distributed multi-agent system for processing sound information of the environment / U.A. Vishnyakou, B.H. Sayya // *System Analysis and Applied Informatics*, 2019, No. 3. – P. 47-53.
4. Kasim, Mohammad; Khan, Firoz. Home Automation using Raspberry Pi-3.
5. McManus, S. (2014). Raspberry Pi for dummies. **John Wiley & Sons.**
6. Arduino. Arduino open-source prototyping platform. <http://www.arduino.cc>, 2012.
7. Lane, N.D., Georgiev, P., Qendro, L. Deeppear: robust smartphone audio sensing in unconstrained acoustic environments using deep learning, in *Proceedings of the 2015 ACM International Joint Conference on Pervasive and Ubiquitous Computing*. ACM, 2015. Pp. 283–294.
8. Speech Recognition Application for the Speech Impaired using the Android-based Google Cloud Speech API Article · December 2018.
9. SN Endah, S Adhy, S Sutikno. Comparison of Feature Extraction Mel Frequency Cepstral Coefficients and Linear Predictive Coding in Automatic Speech Recognition for Indonesian. *TELKOMNIKA Telecommunication Computer Electronics and Control*. 2017; 15(1): 292.
10. H Purwanto. Ortopedagogik Umum. Yogyakarta. IKIP Yogyakarta. 1998.
11. M Stenman. Automatic speech recognition an evaluation of Google Speech. UMEA University. 2015.

ЛИТЕРАТУРА

1. UNE-ISO 1996-1:2005. Acoustics: Description, Measurement and Assessment of Environmental Noise. Basic Quantities and Assessment Procedures; ISO: Geneva, Switzerland, 2005.
2. Passchier-Vermeer, W.; Passchier, W.F. Noise exposure and public health. *Environ. Health Perspect.* 2000, 108, 123–131.
3. Вишняков, В.А. Подход к распределенной многоагентной системе обработки звуковой информации окружающей среды / В.А. Вишняков, Б.Х. Сайя // *Системный анализ и прикладная информатика*, 2019, № 3. – С. 47-53.
4. Kasim, Mohammad; Khan, Firoz. Home Automation using Raspberry Pi-3.
5. McManus, S. (2014). Raspberry Pi for dummies. **John Wiley & Sons.**
6. Arduino. Arduino open-source prototyping platform. <http://www.arduino.cc>, 2012.
7. Lane, N.D., Georgiev, P., Qendro, L. Deeppear: robust smartphone audio sensing in unconstrained acoustic environments using deep learning, in *Proceedings of the 2015 ACM International Joint Conference on Pervasive and Ubiquitous Computing*. ACM, 2015. Pp. 283–294.
8. Speech Recognition Application for the Speech Impaired using the Android-based Google Cloud Speech API Article · December 2018.
9. SN Endah, S Adhy, S Sutikno. Comparison of Feature Extraction Mel Frequency Cepstral Coefficients and Linear Predictive Coding in Automatic Speech Recognition for Indonesian. *TELKOMNIKA Telecommunication Computer Electronics and Control*. 2017; 15(1): 292.
10. H Purwanto. Ortopedagogik Umum. Yogyakarta. IKIP Yogyakarta. 1998.
11. M Stenman. Automatic speech recognition an evaluation of Google Speech. UMEA University. 2015.

Вишняков В.А.,

Сайя Б.Х.

РЕАЛИЗАЦИЯ СЕТИ ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ ДЛЯ МОНИТОРИНГА ЗВУКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ НА МИКРОПРОЦЕССОРЕ И КОНТРОЛЛЕРЕ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
Республика Беларусь*

Предметом исследований является разработка и реализация структур сети Интернета вещей (ИВ IoT) для контроля и анализа звуковой информации на базе микропроцессора (МП) Raspberry и контроллера Arduino. Цель статьи – детализировать процесс разработки сети мониторинга звуковой информации на основе IoT и оценить результаты. Авторы разработали два варианта структур IoT для мониторинга и анализа звуковой и голосовой информации. Сеть IoT включает в себя датчик звука (микрофон), блок для анализа полученной от него информации и модуль принятия решений. Приведена схема первой структуры ИВ для оценки уровня звука на базе МП и контроллера.

Детализирован алгоритм функционирования сети интернета вещей для анализа голосовой информации. Он включает получение информации с микрофона, передача этой информации на МП, обработку ее по определенным правилам, формирование реше-

ния контроллером и выдача рекомендаций пользователю. Алгоритм реализован в сети ИВ, включающей микрофон, МП Raspberry, контроллер Arduino, программное обеспечение, приложения для оператора.

Был создан прототип сети ИВ для анализа голосовой информации и проведены эксперименты для проверки ее функционирования. Распознаватель звука был обучен с использованием различных аудиосэмплов. Система анализа голосового звука была протестирована в четырех сценариях: с большим и малым количеством фонового шума, громким и тихим голосом. Анализ результатов эксперимента показал, что система ИВ анализа голосового звука работает лучше, когда голос громкий, а также и в том месте, где обстановка с минимальным фоновым шумом.

Ключевые слова: структура сети, датчик звука, микропроцессор, контроллер, программное обеспечение.



Вишняков Владимир Анатольевич, д.т.н., профессор профессор БГУИР, каф. ИКТ. Область научных интересов: информационное управление и безопасность, электронный бизнес, интеллектуальные системы управления. Член 2-х докторских Советов по защите диссертаций. Автор более 450 научных работ, в том числе 6 монографий (1 на английском языке), 4-х учебных пособий с грифом Министерства образования, 8-и томного учебного комплекса «Информационный менеджмент», 165 научных статей.

Vishniakov Uladzimir, doctor of technical science, professor of ICT department of Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics. Research interest: information management and security, electronic business, intellectual management systems. Member of two doctoral councils of thesis's defence. Author more 450 scientific publications including 6 monographs (1 - English), 4 study books with stamp of education Ministry, 8 volumes manual «Information management», 165 scientific articles.

E-mail: vish2002@list.ru

Сайя Бахаа, магистр технических наук, аспирант кафедры ИКТ БГУИР. Область научных интересов: информационное управление и интеллектуальные системы управления.

Shaya Bahaa, master of technical science, PhD-student of ICT department of Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics. Research interests: information management and intelligent control systems.

**ОБРАБОТКА
ИНФОРМАЦИИ
И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ**

**DATA PROCESSING
AND DECISION-MAKING**

EXACT AND GREEDY ALGORITHMS OF ALLOCATING EXPERTS TO MAXIMUM SET OF PROGRAMMER TEAMS

Belarusian National Technical University

The allocation of experts to programmer teams, which meet constraints on professional competences related to programming technologies, languages and tools an IT project specifies is a hard combinatorial problem. This paper solves the problem of forming the maximum number of teams whose experts meet all the constraints within each team. It develops and compares two algorithms: a heuristic greedy and exact optimal. The greedy algorithm iteratively solves the set cover problem on a matrix of expert competences until can create the next workable team of remaining experts. The paper proves that the allocation greedy algorithm is not accurate even if the set cover algorithm is exact. We call the allocation algorithm as double greedy if the set cover algorithm is greedy. The exact algorithm we propose finds optimal solution in three steps: generating a set of all non-redundant teams, producing a graph of team's independency, and searching for a maximum clique in the graph. The algorithm of generating the non-redundant teams traverses a search tree constructed in such a way as to guarantee the creation of all non-redundant teams and absorbing all redundant teams. The edges of the non-redundant team independency graph connect teams that have no common expert. The maximum clique search algorithm we propose accounts for the problem and graph features. Experimental results show that the exact algorithm is a reference one, and the double-greedy algorithm is very fast and can yield suboptimal solutions for large-size allocation problems.

Keywords: programmer, team, competence, expert, allocation problem, optimization.

Introduction

In the rapidly developing information technology industries, there is need to assemble teams of growing complexity to tackle problems on a larger scale than ever before. Agile is a set of values and principles of developing software and finding solutions over joint efforts of development teams and customers [1, 2]. Agent-based evolutionary optimization methods [3] aim at performing the management of teams.

The process of allocating tasks to teams has not received much attention. In [4], the authors describe the process of task allocation as including three mechanisms of workflow across teams and five types of task allocation strategies. In [5], the authors emphasize that a successful software development team has to be made up of competent developers. Competency is the ability of a developer to perform a job properly. It is a combination of knowledge, skills and attitudes used to improve performance. In [6-8], the authors proposed platforms that increase team's productivity and efficiency for various tasks and projects. In [9], a method for formalizing and evaluating the competency of individual programmers and entire programmer teams was proposed. Since the programmer allocation problem is combinatorial, the goal of works [10 - 12] was to develop a genetic-algorithm-based meta-heuristic approach for finding acceptable solutions of large-size problems at different requirements to competences of programmers.

In the paper, we formulate a combinatorial problem and propose a heuristic greedy and an exact optimal algorithm of allocating experts to a maximum set of programmer teams, assuming that two teams may not share the same expert. The contribution of the paper is as follows:

1. An algorithm of generating feasible non-redundant teams of experts is proposed;
2. A graph of non-redundant teams independency is introduced; the experts allocation problem is solved by searching for a maximum clique in the graph;
3. The experimental results obtained show that the heuristic greedy algorithm is very fast and gives good enough solutions against the exact algorithm.

Combinatorial problem formulation

Let $C = \{c_1, \dots, c_m\}$ be a set of competences Joseph Sijin proposed in [13] in order to create the programmer competency matrix and to estimate the qualification of candidates to IT projects. He introduced four predefined competency levels $L0$, $L1$, $L2$ and $L3$, and formulated requirements for each of them regarding all the competences.

Let $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ be a set of programmers who desire to work on an IT project and have evaluated the competency level on each of the topics. Table 1 describes a sample of 12 programmers characterized by 12 competences. It indicates the competency $Level(p, c)$ of each programmer p for each competence c .

Usually, each IT project establishes a constraint $Level(p, c) \geq \lambda_c$ for the level of each competence $c \in C$ at least one programmer p of the team must have. We also use notation λ for the overall competence: $\lambda_c = \lambda$ for all $c \in C$.

Table 1. Competence level of twelve programmers (case study)

Programmer	Competence											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	3	0	3	3	3	2	2	3	0	3	0	2
1	3	1	2	0	1	1	3	2	3	3	0	3
2	3	2	3	3	0	1	1	0	0	2	3	3
3	1	2	1	0	2	3	0	2	0	3	3	2
4	1	3	1	3	3	3	0	2	1	3	0	2
5	3	3	3	2	0	1	3	1	3	2	1	1
6	1	1	0	2	2	3	3	2	3	1	1	2
7	0	3	2	0	0	2	2	1	2	1	2	2
8	1	3	2	0	3	0	2	0	2	0	1	0
9	1	1	0	2	0	1	3	0	1	3	2	2
10	0	2	1	0	0	2	3	0	1	2	1	0
11	1	3	0	0	0	0	2	1	1	3	3	0

Table 2. Matrix Δ of expert competences at $\lambda \geq L2$ (case study)

Expert	Competence											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	+		+	+	+	+	+	+		+		+
1	+		+				+	+	+	+		+
2	+	+	+	+						+	+	+
3		+			+	+		+			+	+
4		+		+	+	+		+		+		+
5	+	+	+	+			+		+	+		
6				+	+	+	+	+				+
7		+	+			+	+		+		+	+
8		+	+		+		+		+			
9				+			+			+	+	+
10		+				+	+			+		
11		+					+			+	+	

We qualify a programmer who meets the constraint on at least one competence as expert. The working team must have an expert for each competence. Applying the constraint of $\lambda = L2$ to Table 1 generates Table 2, which describes a matrix $\Delta[n \times m]$ of expert competences. Symbol '+' indicates competences the experts have.

Definition 1. A team t is a subset of programmers $t \subseteq P$ such

that

$$\bigcup_{p \in t} \Delta_p = C \quad (1)$$

Definition 2. A team s is redundant if at least one programmer $r \in s$ exists such that team $t = s \setminus \{r\}$ meets (1).

Definition 3. A team t is non-redundant if for any programmer $r \in t$ inequality (2) holds.

$$\bigcup_{p \in t \setminus \{r\}} \Delta_p \neq C \quad (2)$$

Definition 4. A team t absorbs team e if $t \subset e$.

Definition 5. Teams t_i and t_j are independent if $t_i \cap t_j = \emptyset$.

Let Ω be a set of feasible allocations of experts of P to a set T of workable teams, assuming that size $|T|$ is not defined in advance. Our objective is to solve the following combinatorial problem:

$$\max_{T \in \Omega} |T| \quad (3)$$

subject to

$$\bigcup_{p \in t_i} \Delta_p = C \text{ for all } t_i \in T \quad (4)$$

Δ_p is a set of competences of expert p . Equation (5) estimates an upper bound of the team count.

$$\text{upper}(|T|) = \min_{c \in C} \left[\sum_{p \in P} \delta_{pc} \right] \quad (5)$$

where $\delta_{pc} = 1$ if $\Delta_p = c$, and 0 otherwise. According to Table 2, $\text{upper}(|T|) = 4$.

Greedy algorithm of solving the problem

The greedy Algorithm 1 we propose heuristically allocates experts to teams and finds a suboptimal solution in general case. The algorithm iteratively solve the well-known set cover problem [14], which is NP-complete, until the next workable team cannot be created of the remaining experts. Initially set R consists of all experts of set P , and set T of teams is empty. Each iteration of the loop forms a team of minimum size, which covers all competences, by solving the set cover problem. Then it removes experts of team from R and add the team to T . If team is empty, the algorithm terminates its operation.

Algorithm 1: Greedy allocation of experts to teams

Input: A set P of experts
Input: A set C of competences
Input: A matrix Δ of expert competences
Output: A set T of workable teams represented by subsets of experts

```

R ← P  T ← ∅  next_team ← true
while next_team do
    team ← SetCoverProblem(C, R, Δ)
    if team = ∅ then
        next_team ← false
    else
        T ← T ∪ {team}  R ← R \ team
return T

```

Algorithm 1 does not guarantee obtaining the accurate solution. Table 3 describes matrix Δ , which proves the assertion. Figure 1a shows three non-redundant teams that can be generated from Δ . Algorithm 1 selects team t_0 at the first iteration and returns $T = \{t_0\}$ after the second iteration. Figure 1b shows that the maximum-size solution is $T = \{t_1, t_2\}$, which represents a maximum clique of a team independency graph G_D . As Algorithm 1 is a heuristic one, it is reasonable to solve the set cover problem by the greedy algo-

rithm [15]. In this case, Algorithm 1 becomes the double-greedy heuristic algorithm.

Table 3. The matrix Δ proves that greedy algorithm can give suboptimal solution

Expert	Competence				
	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4
p_0	+	+	+		
p_1	+			+	+
p_2				+	
p_3					+
p_4			+		
p_5		+			

$$\begin{aligned}
t_0 &= \{p_0, p_1\} \\
t_1 &= \{p_0, p_2, p_3\} \\
t_2 &= \{p_1, p_4, p_5\}
\end{aligned}$$

a)

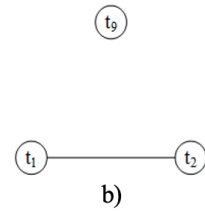


Figure 1 – Non-redundant teams of experts from Table 3: a) team members; b) team independency graph G_D

Generation of feasible non-redundant teams

A team search tree depicted in Figure 2 is a directed labeled acyclic graph supporting the generation of redundant and all non-redundant workable teams. All nonterminal vertices (without fill) of the tree correspond to programmers. There are four types of terminal vertex: a redundant workable team (in red); a non-redundant team (in green); a non-workable team which does not cover all competencies of C (in black); and a tree's branch represented as single vertex (in grey). There are two types of edge in the tree: on-edge (right outgoing solid line) and off-edge (left outgoing dash line). A path from root to a leaf t_k determines the team members. If the path includes an outgoing on-edge of vertex p_i then $p_i \in t_k$, if it includes an off-edge then $p_i \notin t_k$.

Algorithm 1 does not guarantee obtaining the accurate solution. Table 3 describes matrix Δ , which proves the assertion. Figure 1a shows three non-redundant teams that can be generated from Δ . Algorithm 1 selects team t_0 at the first iteration and returns $T = \{t_0\}$ after the second iteration. Figure 1b shows that the maximum-size solution is $T = \{t_1, t_2\}$, which represents a maximum clique of a team independency graph G_D . As Algorithm 1 is a heuristic one, it is reasonable to solve the set cover problem by the greedy algorithm [15]. In this case, Algorithm 1 becomes the double-greedy heuristic algorithm.

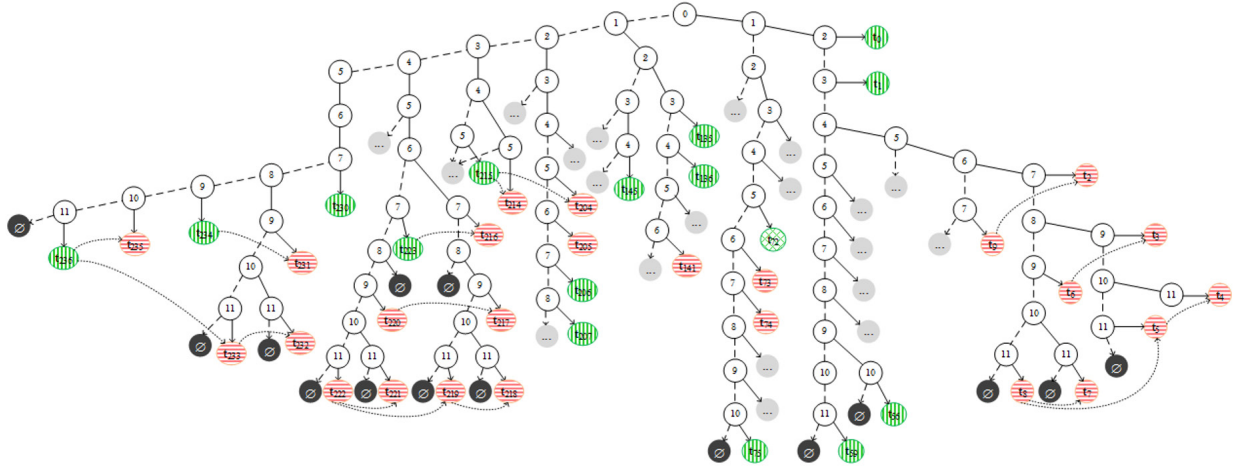


Figure 2 – Non-redundant teams search tree

Algorithm 2 uses four operation modes: *FORWARD*, *BACKWARD*, *SUCCESS*, and *FAILURE*. In mode *FORWARD*, it switches to mode *SUCCESS* if the programmers collected in stack *SS* have set *C* of competences. If the depth of stack *SM* is equal to *n*, the mode switches to *FAILURE*. Otherwise, the algorithm keeps the mode, pushes the *topm* programmer in stack *SS* adding programmer's competences to the current team, and passes from programmer *topm* to programmer *topm + 1* through on-edge. In mode *SUCCESS*, the algorithm generates new team, possibly absorbs the previously created teams of set *T*, adds the new team to *T*, and switches to mode *BACKWARD*. In *BACKWARD*, the algorithm performs backtracking while *SM* has off-edge at *top*. If the depth is equal to 0, the algorithm terminates operation returning *T*. If a record with on-edge found, the algorithm replaces it with off-edge and switches to the *FORWARD* mode.

Algorithm 2: Generation of non-redundant teams

Input: A set $P = \{0, \dots, n-1\}$ of experts
Input: A set *C* of competences
Input: A matrix Δ of expert competences
Output: A set *T* of non-redundant teams represented by expert subsets

```

 $SM(0) \leftarrow true$     $SS(0).pr \leftarrow 0$     $SS(0).cs \leftarrow \Delta(0)$ 
 $mode \leftarrow FORWARD$ 
 $go \leftarrow true$     $topm \leftarrow 1$     $tops \leftarrow 1$     $T \leftarrow \emptyset$ 
while  $go$  do
  if  $mode = FORWARD$  then
    if  $SS(tops - 1).cs = C$  then
       $mode \leftarrow SUCCESS$ 
    else
      if  $topm = n$  then
         $mode \leftarrow FAILURE$ 
      else
         $SS(tops).pr \leftarrow topm$ 
         $SS(tops).cs \leftarrow SS(tops - 1).cs \cup \Delta(topm)$ 
         $tops \leftarrow tops + 1$ 
         $SM(topm) \leftarrow true$     $topm \leftarrow topm + 1$ 
  else if  $mode = SUCCESS$  then
     $team \leftarrow \emptyset$ 
    for  $i \leftarrow 1$  to  $tops$  do    $team \leftarrow team \cup SS(i).pr$ 
     $T \leftarrow Absorption(team, T)$ 
     $T \leftarrow T \cup \{team\}$ 
     $mode \leftarrow BACKWARD$ 
  else if  $mode = BACKWARD$  then
    if  $SM(topm - 1)$  then

```

```

       $SM(topm - 1) \leftarrow false$     $tops \leftarrow tops - 1$ 
       $mode \leftarrow FORWARD$ 
    else
      if  $topm > 0$  then  $topm \leftarrow topm - 1$  else  $go \leftarrow false$ 
    else if  $mode = FAILURE$  then
      while  $topm > 0$  and  $SM(topm - 1)$  do
         $SM(topm - 1) \leftarrow false$ 
         $topm \leftarrow topm - 1$     $tops \leftarrow tops - 1$ 
      if  $tops = 0$  then
         $go \leftarrow false$ 
      else
         $topm \leftarrow SS(tops).pr + 1$ 
         $SM(topm - 1) \leftarrow false$     $tops \leftarrow tops - 1$ 
        if  $tops = 0$  then
           $SS(tops).pr \leftarrow topm$ 
           $SS(tops).cs \leftarrow \Delta(topm)$     $tops \leftarrow tops + 1$ 
           $SM(topm) \leftarrow true$     $topm \leftarrow topm + 1$ 
           $mode \leftarrow FORWARD$ 
return T

```

In mode *FORWARD*, the algorithm switches to *FAILURE*. if it has generated an unworkable team passing through on-edges. In mode *FAILURE*, it performs backtracking over on-edges using both stacks to find a vertex, which allows the traversal of alternative paths in the search tree and allows the generation of alternative teams in the *FORWARD* mode.

The search tree generated by Algorithm 2 is depicted in Figure 2. Totally, the tree includes 237 terminal team-vertices that represent 190 redundant (in red) and 47 non-redundant (in green) teams. The figure shows only part of generated branches, grey leafs represent tree branches containing other teams.

A path from tree root to team-leaf determines the team members. For instance, the path from root to t_9 includes nonterminal vertices 0, ..., 7. Vertices 0, 1, 4, 5 and 7 have outgoing on-edges (solid line). Vertices 2, 3 and 6 have outgoing off-edges (dash line). Therefore, $t_9 = \{p_0, p_1, p_4, p_5, p_7\}$.

In the search tree, dot-line edges show absorbing one team by other team. For example, team t_9 has outgoing dot-line edge pointing to team $t_2 = \{p_0, p_1, p_4, p_5, p_6, p_7\}$. Therefore, t_9 absorbs t_2 because $t_9 \subset t_2$.

The search tree has properties as follows:

1. In any path from root to leaf, the competences of predecessors does not include all competences of successors.
2. The competences of successors may completely include the competences of a predecessor.
3. As a result, a team may only absorb other redundant team located to right in the search tree.
4. Algorithm 2 finds all non-redundant teams for the given set of programmers and absorbs all redundant teams.

Figure 3 depicts a set of 47 non-redundant teams Algorithm 2

has generated over the tree from Figure 2. The rows correspond to teams, and the columns correspond to programmers. Value 1 indicates including a pro-programmer in a team.

Exact algorithm based on non-redundant team independency graph

In the undirected non-redundant team independency graph $G_D = (T, D)$, T is a set of non-redundant teams, and D is a set of edges (t_i, t_j) such that $t_i \cap t_j = \emptyset$. Figure 4 depicts an adjacency matrix of the graph generated for teams from Figure 3.

To allocate exactly experts to maximum number of teams, we find the maximum clique of graph G_D . Algorithm 3 we propose takes into account the graph features. Its inputs are matrix Δ and graph G_D , and its output is a maximum set $Allocate$ of independent teams. It calculates an upper bound of the set size using (5) and calculates a lower bound by running the greedy Algorithm 1. Then, it orders the graph vertices by vertex power descending, and modifies G_D to G'_D .

Algorithm 3: Search for maximum clique in non-redundant team independency graph

Input: A matrix Δ of expert competences
Input: A graph $G_D = (T, D)$ of independency of non-redundant teams
Output: A subset $Allocate \subseteq T$ of independent teams representing problem solution

```

UpperBound  $\leftarrow$  Equation5 ( $\Delta$ )
LowerBound  $\leftarrow$  GreedyAlgorithm ( $G_D$ )
 $T^* \leftarrow$  Ordering ( $T$ )    $G'_D \leftarrow$  Modifying ( $G_D, T^*$ )
Allocate  $\leftarrow$  LowerBound
if  $|LowerBound| = |UpperBound|$  then
    return Allocate
else
    for CliqueSize  $\leftarrow |LowerBound| + 1$  to  $|UpperBound|$  do
         $G''_D \leftarrow$  GenerateSubgraph ( $G'_D, CliqueSize$ )
        Clique  $\leftarrow$  SearchClique ( $G''_D, CliqueSize$ )
        if Clique =  $\emptyset$  then
            return Allocate
        else
            Allocate  $\leftarrow$  Clique
    return Allocate

```

Algorithm 4: Search for clique of required size in sub-graph

Input: A sub-graph $G''_D = (T'', D'')$
Input: A required size $CliqueSize$ of clique
Output: A subset $Clique \subseteq T''$ of required size

```

for  $i \leftarrow 1$  to  $|T''|$  do
    if  $|T''| - i < CliqueSize$  then
        return  $\emptyset$ 
    else
        Stack(0).team  $\leftarrow t_i$    Stack(0).count  $\leftarrow 1$ 
        Stack(0).neighbours  $\leftarrow$  neighbourhood( $t_i$ )   top  $\leftarrow 1$ 
        while top > 0 do
            if top = CliqueSize then
                return GenerateClique(Stack)
            if Stack(top-1).count > |Stack(top-1).neighbours| then
                top  $\leftarrow$  top - 1
            if top > 0 then
                Stack(top-1).count  $\leftarrow$  Stack(top-1).count + 1
                continue
            nb  $\leftarrow$  Stack(top-1).neighbours(Stack(top-1).count)
            flag  $\leftarrow$  true
            for  $j \leftarrow 0$  to top-1 do
                if nb  $\notin$  Stack(j).neighbours then
                    flag  $\leftarrow$  false   break
            if flag then

```

```

        Stack(top).count  $\leftarrow$  FirstNext(nb)
        Stack(top).neighbours  $\leftarrow$  neighbourhood(nb)
        Stack(top).team  $\leftarrow$  nb   top  $\leftarrow$  top + 1
    else
        Stack(top-1).count  $\leftarrow$  Stack(top-1).count + 1

```

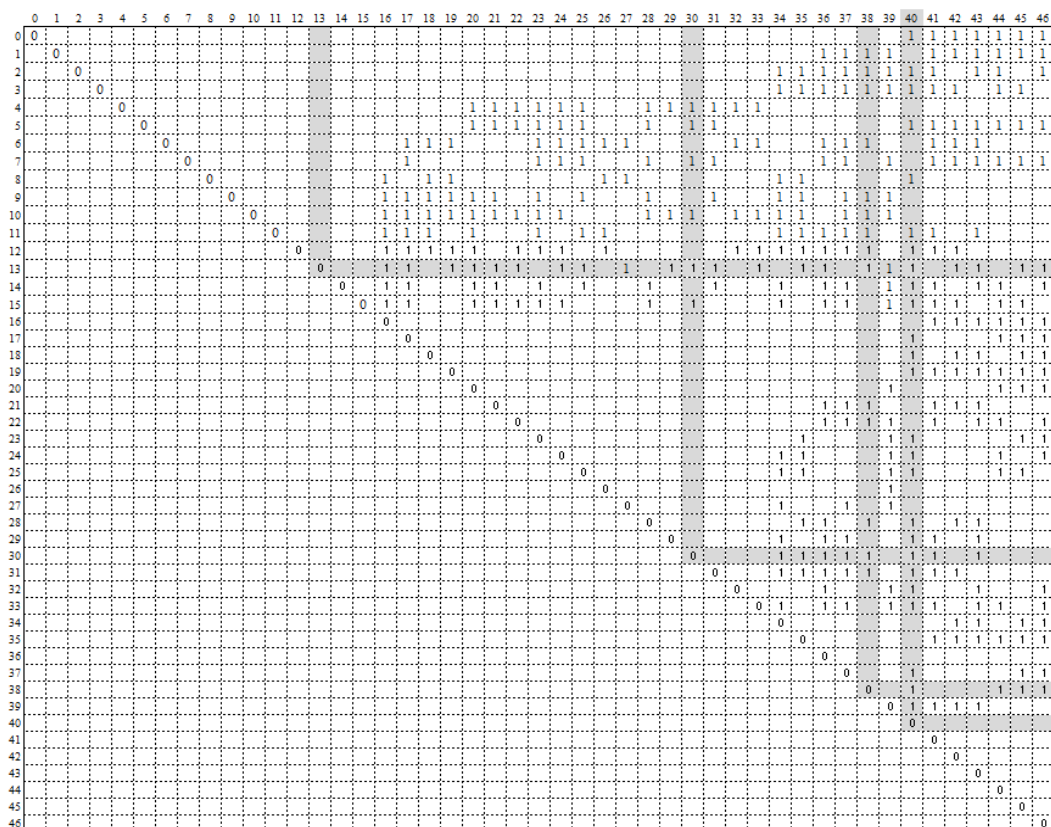
The algorithm checks the equality of the lower and upper bounds and returns $Allocate$ as optimum. Otherwise, it organizes a loop to find the largest team size from $|LowerBound| + 1$ to $|UpperBound|$. To speed up the search, function $GenerateSubgraph$ reduces G'_D to G''_D of smaller size, $CliqueSize$, and function $SearchClique$ finds a required clique.

Algorithm 4 searches for a clique of the required $CliqueSize$ in sub-graph G''_D . It forms the clique by selecting a vertex from 1 to $|T''| - CliqueSize + 1$ and adding other mutually adjacent vertices. To perform combinatorial search, it uses a *Stack*. All vertices pushed in the *Stack* are mutually connected. When the stack depth reaches $CliqueSize$ the search is over and the clique is extracted from the stack. Otherwise, the algorithm checks if it has visited all neighbors of the vertex assigned to record $top - 1$. If yes, it pops the top record and returns to the previous vertex. If no, it passes to the next neighbor nb . If nb is adjacent to all previous vertices in the *Stack*, the algorithm pushes nb in the next record and repeats the described steps.

In Figure 4, the filled four rows and four columns describe the maximum clique that represents an optimal solution including four teams as follows: $t_{13} = \{p_0, p_7\}$, $t_{30} = \{p_1, p_6, p_9, p_{10}\}$, $t_{38} = \{p_2, p_4, p_8\}$ and $t_{40} = \{p_3, p_5\}$.

	p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}
t_0	1	1	1	1								
t_1	1	1	1	1								
t_2	1	1	1	1								
t_3	1	1	1	1								
t_4	1	1	1	1								
t_5	1	1	1	1								
t_6	1	1	1	1								
t_7	1	1	1	1								
t_8	1	1	1	1								
t_9	1	1	1	1								
t_{10}	1	1	1	1								
t_{11}	1	1	1	1								
t_{12}	1	1	1	1								
t_{13}	1	1	1	1								
t_{14}	1	1	1	1								
t_{15}	1	1	1	1								
t_{16}	1	1	1	1								
t_{17}	1	1	1	1								
t_{18}	1	1	1	1								
t_{19}	1	1	1	1								
t_{20}	1	1	1	1								
t_{21}	1	1	1	1								
t_{22}	1	1	1	1								
t_{23}	1	1	1	1								
t_{24}	1	1	1	1								
t_{25}	1	1	1	1								
t_{26}	1	1	1	1								
t_{27}	1	1	1	1								
t_{28}	1	1	1	1								
t_{29}	1	1	1	1								
t_{30}	1	1	1	1								
t_{31}	1	1	1	1								
t_{32}	1	1	1	1								
t_{33}	1	1	1	1								
t_{34}	1	1	1	1								
t_{35}	1	1	1	1								
t_{36}	1	1	1	1								
t_{37}	1	1	1	1								
t_{38}	1	1	1	1								
t_{39}	1	1	1	1								
t_{40}	1	1	1	1								
t_{41}	1	1	1	1								
t_{42}	1	1	1	1								
t_{43}	1	1	1	1								
t_{44}	1	1	1	1								
t_{45}	1	1	1	1								
t_{46}	1	1	1	1								
t_{47}	1	1	1	1								
t_{48}	1	1	1	1								
t_{49}	1	1	1	1								

Figure 3 – Non-redundant teams of experts from Table 2

Figure 4 – Adjacency matrix of non-redundant teams independency graph G_D

Experimental results

We have developed a computer program that implements both the greedy and exact algorithms of allocating experts to teams. Table 4 reports experimental results obtained on six runs of the program on various expert samples of 20 programmers and 20 competences. The samples differ by minimum (upper bound of teams count) and average number of competences per expert (third and fourth parameters in the table). The increase of upper bound from 4 to 14 causes the growth of the maximum team count (exact solution) from 4 to 10, the greedy lower bound from 3 to 9, the competence count per expert from 5.8 to 15.8. The difference between the upper bound and the

Table 4. Experimental results of allocating 20 experts to programmer teams for 20 competences and various matrix Δ

Parameter	Run					
	1	2	3	4	5	6
Greedy lower bound	3	5	4	6	8	9
Maximum team count	4	5	6	7	9	10
Upper bound	4	6	8	10	12	14
Competences per expert	5.8	7.6	10.0	12.0	13.8	15.8
Non-redundant teams	665	930	857	513	377	204
All teams (times)	70.8	23.8	18.5	14.9	6.2	3.5

optimal solution has increased from 0 (run 1) to 4 (run 6). The greedy solution is one team less on average, although it is optimal for run 2. The number of generated non-redundant teams has increased from 665 to 930 and then has decreased to 204. The number of all teams (redundant and non-redundant) has been larger over the number of non-redundant teams by 70.8 down to 3.5 times.

Conclusion

The paper has formulated a combinatorial problem of allocating experts to maximum set of programmer teams accounting for professional competences. In our work, to tackle the problem we have developed two algorithms: greedy heuristic and exact optimal. The first algorithm is fast and solves the problem using set cover problem solutions. Although the second algorithm is slow, it is a criterion for the evaluation of heuristic algorithm quality. The developed software allocates experts to teams and allows for obtaining experimental results on various-size input data. The fast double-greedy algorithm slightly loses to the exact algorithm by quality, but is applicable to large-size combinatorial problems.

REFERENCES

1. Joshi, S. Agile Development - Working with Agile in a Distributed Team Environment / S. Joshi // MSDN Magazine, 2012, Vol.27, No.1, pp.1-6.
2. Collier, K.W., *Agile Analytics: A Value-Driven Approach to Business Intelligence and Data Warehousing*. – Pearson Education, 2012. – 74 p.
3. Muller, J.P., Rao, A.S., Singh, M.P. A Teams: An Agent Architecture for Optimization and Decision-Support, Proceedings 5th International Workshop, ATAL'98 Paris, France, July 4–7, 1998, pp. 261-276.
4. Masood Z., Hoda R., Blincoe K. (2017) Exploring Workflow Mechanisms and Task Allocation Strategies in Agile Software Teams. In: Baumeister H., Lichter H., Riebisch M. (eds) Agile Processes in Software Engineering and Extreme Programming. XP 2017. Lecture Notes in Business Information Processing, vol 283. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-57633-6_19.
5. R. Britto, P. S. Neto, R. Rabelo, W. Ayala and T. Soares, "A hybrid approach to solve the agile team allocation problem," 2012 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2012, pp. 1-8, doi: 10.1109/CEC.2012.6252999.

6. Wrike [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.wrike.com/>, – Загл. с экрана – Яз. англ. Дата доступа – 28.10.2021.
7. Flow [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.getflow.com/>, – Загл. с экрана – Яз. англ. Дата доступа – 28.10.2021
8. Gutierrez, J. H., Astudillo, C. A., Ballesteros-Perez, P., Mora-Meli, D. and Candia-Vejar, A. (2016) The multiple team formation problem using sociometry. *Computers and Operations Research*, 75. pp. 150-162. ISSN 0305-0548 doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.05.012>
9. Barricelli, N.A. Symbio genetic evolution processes realized by artificial methods / N.A. Barricelli // *Methodos*, 1957, pp. 143–182.
10. Prihozhy A.A., Zhdanouski A.M. Method of qualification estimation and optimization of professional teams of programmers. «System analysis and applied information science». – 2018, No. 2, pages 4-11. <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2018-2-4-11>
11. Prihozhy, A. Genetic algorithm of optimizing the size, staff and number of professional teams of programmers / A. Prihozhy, A. Zhdanouski // *Open Semantic Technologies for Intelligent Systems*. – Minsk, BSUIR, 2019. – P. 305–310.
12. Prihozhy A.A., Zhdanouski A.M. Genetic algorithm of optimizing the qualification of programmer teams. *System analysis and applied information science*. – 2020, No. 4, pages 31-38. <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2020-4-31-38>
13. Sijin, J. Perspectives on Software, Technology and Business: Programmer Competency Matrix / J. Sijin // [Electronic resource]. – Mode of access: <https://sijinjoseph.com/programmer-competency-matrix/>. – Date of access: 28.10.2021.
14. Karp R.M. (1972) Reducibility among Combinatorial Problems. In: Miller R.E., Thatcher J.W., Bohlinger J.D. (eds) *Complexity of Computer Computations*. The IBM Research Symposia Series. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2001-2_9
15. Prihozhy, A.A. Asynchronous scheduling and allocation / A.A. Prihozhy // *Proceedings Design, Automation and Test in Europe*. Paris, France. – IEEE, 1998, pp. 963-964.
16. A. Prihozhy, S. Casale-Brunet, E. Bezati and M. Mattavelli. “Efficient Dynamic Optimization Heuristics for Dataflow Pipelines,” *IEEE International Workshop on Signal Processing Systems*, IEEE, pp. 337- 342, October 2018.
17. Prihozhy, A., Casale-Brunet, S., Bezati, E., M. Mattavelli. Pipeline Synthesis and Optimization from Branched Feedback Dataflow Programs. *Journal of Signal Processing Systems*, Springer Nature, 2020, Vol. 92, pages 1091–1099 <https://doi.org/10.1007/s11265-020-01568-5>.

ЛІТЕРАТУРА

1. Joshi, S. Agile Development - Working with Agile in a Distributed Team Environment / S. Joshi // *MSDN Magazine*, 2012, Vol.27, No.1, pp.1-6.
2. Collier, K.W., *Agile Analytics: A Value-Driven Approach to Business Intelligence and Data Warehousing*. – Pearson Education, 2012. – 74 p.
3. Muller, J.P., Rao, A.S., Singh, M.P. A Teams: An Agent Architecture for Optimization and Decision-Support, *Proceedings 5th International Workshop, ATAL'98 Paris, France, July 4–7, 1998*, pp. 261-276.
4. Masood Z., Hoda R., Blincoe K. (2017) Exploring Workflow Mechanisms and Task Allocation Strategies in Agile Software Teams. In: Baumeister H., Lichter H., Riebisch M. (eds) *Agile Processes in Software Engineering and Extreme Programming*. XP 2017. *Lecture Notes in Business Information Processing*, vol 283. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-57633-6_19
5. R. Britto, P. S. Neto, R. Rabelo, W. Ayala and T. Soares, «A hybrid approach to solve the agile team allocation problem,» 2012 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2012, pp. 1-8, doi: 10.1109/CEC.2012.6252999.
6. Wrike [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.wrike.com/>, – Загл. с экрана – Яз. англ. Дата доступа – 28.10.2021.
7. Flow [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.getflow.com/>, – Загл. с экрана – Яз. англ. Дата доступа – 28.10.2021
8. Gutierrez, J. H., Astudillo, C. A., Ballesteros-Perez, P., Mora-Meli, D. and Candia-Vejar, A. (2016) The multiple team formation problem using sociometry. *Computers and Operations Research*, 75. pp. 150-162. ISSN 0305-0548 doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.05.012>
9. Barricelli, N.A. Symbio genetic evolution processes realized by artificial methods / N.A. Barricelli // *Methodos*, 1957, pp. 143–182.
10. Прихожий А.А., Ждановский А.М. Метод оценки квалификации и оптимизация состава профессиональных групп программистов. «Системный анализ и прикладная информатика». – 2018, № 2, с. 4-11. <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2018-2-4-11>
11. Prihozhy, A. Genetic algorithm of optimizing the size, staff and number of professional teams of programmers / A. Prihozhy, A. Zhdanouski // *Open Semantic Technologies for Intelligent Systems*. – Minsk, BSUIR, 2019. – P. 305–310.
12. Prihozhy A.A., Zhdanouski A.M. Genetic algorithm of optimizing the qualification of programmer teams. *System analysis and applied information science*. – 2020, No. 4, pages 31-38. <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2020-4-31-38>
13. Sijin, J. Perspectives on Software, Technology and Business: Programmer Competency Matrix / J. Sijin // [Electronic resource]. – Mode of access: <https://sijinjoseph.com/programmer-competency-matrix/>. – Date of access: 28.10.2021.
14. Karp R.M. (1972) Reducibility among Combinatorial Problems. In: Miller R.E., Thatcher J.W., Bohlinger J.D. (eds) *Complexity of Computer Computations*. The IBM Research Symposia Series. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2001-2_9
15. Prihozhy, A.A. Asynchronous scheduling and allocation / A.A. Prihozhy // *Proceedings Design, Automation and Test in Europe*. Paris, France. – IEEE, 1998, pp. 963-964.
16. A. Prihozhy, S. Casale-Brunet, E. Bezati and M. Mattavelli. “Efficient Dynamic Optimization Heuristics for Dataflow Pipelines,” *IEEE International Workshop on Signal Processing Systems*, IEEE, pp. 337- 342, October 2018.
17. Prihozhy, A., Casale-Brunet, S., Bezati, E., M. Mattavelli. Pipeline Synthesis and Optimization from Branched Feedback Dataflow Programs. *Journal of Signal Processing Systems*, Springer Nature, 2020, Vol. 92, pages 1091–1099 <https://doi.org/10.1007/s11265-020-01568-5>.

Прихожий А.А.

ТОЧНЫЙ И ЖАДНЫЙ АЛГОРИТМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКСПЕРТОВ НА МАКСИМАЛЬНОМ МНОЖЕСТВЕ ГРУПП ПРОГРАММИСТОВ

Белорусский национальный технический университет

Распределение экспертов по программистским группам, отвечающее требованиям профессиональной компетенции в сфере программирования, специфицированным в ИТ-проекте, является сложной комбинаторной проблемой. В данной работе решается задача формирования максимального числа групп с включением в них экспертов, обеспечивающих выполнение каждой группой требований к компетенциям. В статье разрабатываются и сравниваются два алгоритма решения задачи: эвристический жадный и точный оптимальный. Жадный алгоритм итеративно решает задачу о покрытии на матрице экспертных компетенций до тех пор, пока не сможет создать работоспособную группу из оставшихся экспертов. В статье доказано, что этот алгоритм не оптимален, даже если задача о покрытии решается оптимально. Алгоритм назначения экспертов является дважды жадным, если он использует жадный алгоритм покрытия множества. Предлагаемый точный алгоритм находит оптимальное решение на трех шагах: создание набора всех не избыточных групп, построение графа независимости групп и поиск максимальной клики графа. Алгоритм генерации групп обходит дерево поиска, построенное так, чтобы гарантировать нахождение всех не избыточных групп и поглощение всех избыточных групп. Ребра графа независимости групп соединяют вершины-группы, не имеющие общих экспертов. В статье предложен алгоритм поиска максимальной клики, учитывающий особенности графа и решаемой задачи. Экспериментальные результаты показывают, что точный алгоритм является оптимальным эталонным, а алгоритм двойной жадности является быстрым и может давать решение



Anatoly Prihozhy, received his Diploma of Electrical Engineering from the State Polytechnic, Minsk, Belarus in 1975, his PhD degree in computer-aided design from the National Academy of Sciences Minsk, Belarus in 1984, and his Doctor Habilitation degree in computer science from Ukraine, Kyiv and Belarus, Minsk in 1999. He was Visiting Professor at the Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland in 2001, 2004, 2010 and 2013, 2015 and 2016 and at the Freiburg University, Germany in 2000. He is currently full professor at Computer and System Software Department of the Belarusian National Technical University. He has several books and more than 300 publications in Eastern and Western Europe, USA and Canada. His research interests include programming, hardware and system description languages, compilers and tools, system-, high- and logic-level computer aided design and optimization of parallel and incompletely specified digital systems.

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
В ОБРАЗОВАНИИ**

**INFORMATION
TECHNOLOGIES
IN EDUCATION**

С.Я. ЖУКОВИЧ

ПРИНЦИП МИНИМУМА ГАМИЛЬТИАНА ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Филиал Белорусского национального технического университета «Борисовский государственный политехнический колледж»

Предложена математическая модель обучения на основе теории управления в виде неоднородного линейного дифференциального уравнения. Из принципа минимума гамильтониана для автономных систем получены аналитические формулы и графики для оптимального программного управления и оптимальной траектории.

Ключевые слова: математическая модель процесса дистанционного обучения, теория оптимального управления.

Введение

В настоящее время актуальна дистанционная форма обучения. Однако при такой форме обучения преподаватель находится удаленно и не имеет полной обратной связи с обучаемым, что может негативно отразиться на качестве образовательной услуги [1].

Поэтому требуется построить математическую модель процесса дистанционного обучения и решить задачу оптимального управления, максимизируя уровень знаний обучаемого при минимизации учебной нагрузки.

1. Математическая модель процесса дистанционного обучения на основе теории управления

Процесс обучения на дистанционном курсе можно описать с помощью неоднородного линейного дифференциального уравнения [2]

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + \sum_{i=0}^5 k_i u_i(t), \quad (1.1)$$

где $Z = Z(t)$ – текущий уровень (объем) усвоенного учебного материала (в академических часах),

k – коэффициент забывания, который показывает, какую часть от текущего уровня усвоенного учебного материала Z обучаемый забывает в среднем за сутки.

u_0 – программное управление, задаваемое в виде заранее запланированной нагрузки, осуществляемой преподавателем онлайн (в академических часах),

u_2 – программное управление в виде нагрузки для самостоятельного обучения,

u_4 – программное управление на дистанционном курсе в виде просмотра обучаемым видеолекций.

k_0 – коэффициент усвоения учебного материала при обучении с помощью преподавателя;

u_1 – управление процессом повторения посредством контрольных и самостоятельных работ после обучения преподавателем (u_1 является управлением с обратной связью),

k_1 – коэффициент усвоения для управления u_1 ;

k_2 – коэффициент усвоения для управления u_2 ;

u_3 – управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым самостоятельно,

k_3 – коэффициент усвоения для управления u_3 ;

k_4 – коэффициент усвоения для управления u_4 ;

u_5 – управление с обратной связью при повторении материала, изученного обучаемым в виде видеолекций,

k_5 – коэффициент усвоения для управления u_5 .

Решение уравнения (1.1) представляется в виде

$$Z(t) = Z_0 e^{-\int_0^t k(v) dv} + e^{-\int_0^t k(v) dv} \int_0^t \sum_{i=0}^5 k_i u_i(\tau) e^{\int_0^\tau k(v) dv} d\tau, \quad (1.2)$$

где Z_0 – начальный уровень усвоенного учебного материала при $t = t_0$,

Для устойчивого обучения необходимо обеспечить переход знаний у обучаемых из кратковременной памяти в долговременную. Это обеспечивается путем применения управления с обратной связью с постепенным уменьшением коэффициента забывания k по закону

$$k(n) = ke^{-n}. \quad (1.3)$$

Также при повторении увеличиваются по некоторому закону все коэффициенты усвоения, стремясь к единице при достаточно большом числе повторений.

2. Математический метод оптимального программного управления процессом дистанционного обучения

Решим задачу оптимального программного управления, осуществляемого только с помощью преподавателя онлайн ($u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0, u_4 = 0, u_5 = 0$). Для решения задачи будем применять один из наиболее эффективных методов в теории оптимального управления – метод Лагранжа-Понтрягина для непрерывных управляемых процессов. [4].

Рассмотрим функционал качества управления обучением

$$J(u_0, Z, t) = \int_0^T (u_0(t) - Z(t)) dt. \quad (2.1)$$

где T – конечный момент времени (сдача экзамена или зачета).

Для оптимального управления процессом обучения функционал (2.1) должен принимать минимальное значение на интервале $[0, T]$. Таким образом, уровень усвоенного учебного материала максимизируется, а учебная нагрузка минимизируется.

Гамильтониан, соответствующий уравнению (1.1) и функционалу (2.1)

$$H = [-kZ + k_0 u_0] p + (u_0 - Z) p_0, \quad (2.2)$$

где $p = p(t)$, $p_0 = p_0(t)$ – дополнительные переменные,

k – коэффициент забывания, являющийся константой из-за отсутствия режима повторения при программном управлении процессом обучения;

k_0 – коэффициент усвоения учебного материала при обучении с помощью преподавателя, являющийся константой из-за отсутствия режима повторения при программном управлении процессом обучения.

Обычно рассматривают два случая: $p_0(t) \equiv 0$ и $p_0(t) \neq 0$. Если требуется минимизировать определенный функционал качества управления, то часто полагают $p_0(t) = 1$ [5].

Уравнение (1.1) автономно, то есть не содержит в явном виде время t , поэтому гамильтониан (2.2) в соответствии с принципом минимума Понтрягина (который по сравнению с принципом максимума Понтрягина имеют более тесную связь с вариационным исчислением, принципом Гамильтона в механике и динамическим программированием Беллмана [5]) для оптимального управления тождественно равен нулю [4]:

$$H(p(t), u_0^*(t), Z^*(t)) \equiv 0, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.3)$$

Из (2.3) получаем выражение для непрерывного программного управления:

$$u_0^*(t) = \frac{Z^*(k p + 1)}{k_0 p + 1}. \quad (2.4)$$

Составим систему канонических уравнений

$$\begin{cases} \frac{dZ}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p} \\ \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial Z} \end{cases} \quad (2.5)$$

Из второго уравнения (2.5) и (2.2) получаем дифференциальное уравнение для нахождения дополнительной переменной p

$$\frac{dp}{dt} = k p + 1. \quad (2.6)$$

Общим решением уравнения (2.6) является функция

$$p(t) = p(0) e^{kt} - \frac{1}{k} + \frac{1}{k} e^{kt}. \quad (2.7)$$

Постоянную интегрирования $p(0)$ находим из равенства нулю гамильтониана H в момент времени $t = 0$

$$p(0) = \frac{Z_0 - u_0(0)}{k_0 u_0(0) - k Z_0}, \quad (2.8)$$

где $u_0(0)$ – значение функции управления в момент времени $t = 0$.

Таким образом, получается следующая математическая модель оптимальной траектории:

$$Z^*(u_0^*, t) = Z_0 e^{-kt} + e^{-kt} \int_0^t k_0 u_0^*(\tau) e^{k\tau} d\tau. \quad (2.9)$$

где дополнительная переменная

$$p = \frac{Z_0 - u_0(0)}{k_0 u_0(0) - k Z_0} e^{kt} - \frac{1}{k} + \frac{1}{k} e^{kt}. \quad (2.10)$$

Пусть имеются конкретные параметры процесса: $T = 128$, $Z_0 = 26$, $k = 0,03$, $k_0 = 0,9$. Тогда графики оптимального программного управления и оптимальной траектории для разных начальных условий представлены на рисунках 1, 2.

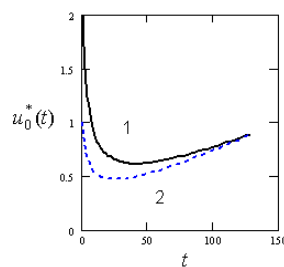


Рис. 1. Оптимальное программное управление.
Кривая 1 – $Z_0 = 8$, $u_0(0) = 2$,
кривая 2 – $Z_0 = 4$, $u_0(0) = 1$

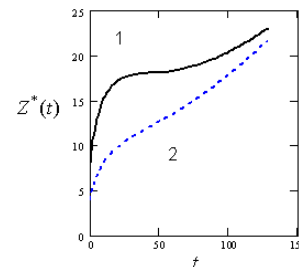


Рис. 2. Оптимальная траектория для программного управления.
Кривая 1 – $Z_0 = 8$, $u_0(0) = 2$,
кривая 2 – $Z_0 = 4$, $u_0(0) = 1$

При реальном учебном процессе программные управления u_0 , u_2 , u_4 заранее заданы и являются кусочно-непрерывными. При этом обучаемый усваивает к концу семестра только 4-7 академических часов из 34 часов, данных при программном управлении.

Таким образом, обучаемый может усвоить нужный объем учебного материала при программном управлении только в том случае, если он имеет очень высокие коэффициенты усвоения (близкие к единице) и очень низкий коэффициент забывания (близкий к нулю).

Во всех остальных случаях требуется подключать управление с обратной связью в виде повторения ранее изученного учебного материала.

Заключение

Процесс обучения на дистанционном курсе можно описать с помощью неоднородного линейного дифференциального уравнения

$$\frac{dZ}{dt} = -kZ + \sum_{i=0}^5 k_i u_i(t).$$

Обучаемый может усвоить нужный объем учебного материала при программном управлении только в том случае, если он имеет очень высокие коэффициенты усвоения (близкие к единице) и очень низкий коэффициент забывания (близкий к нулю).

Во всех остальных случаях требуется подключать управление с обратной связью в виде повторения ранее изученного учебного материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Листопад, Н.И., Воротницкий, Ю.И. Электронные средства обучения: состояние, проблемы и перспективы / Н.И. Листопад, Ю.И. Воротницкий // Высшая школа – 2008. – №6 – С. 6–14.
2. Жукович С.Я. Математический метод повышения качества обучения в вузе / С.Я. Жукович // Вестник Белорусского государственного экономического университета – 2012. – №5. – С.36–42.
3. Майер, Р.В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения / Р.В. Майер. – Глазов, ГГПИ, 2013. – 138 с.

4. **Понтрягин, Л.С.** Математическая теория оптимальных процессов / **Л.С. Понтрягин** [и др.]. – Изд.2. М.: Наука 1969. – 384 с.
5. **Чакн, Ф.** Современная теория управления. Нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / **Ф. Чакн**. – М.: Мир, – 1975. – 420 с.

REFERENCES

1. **Listopad, N.I., Vorotnickij, Ju.I.** Jelektronnye sredstva obuchenija: sostojanie, problemy i perspektivy / **N.I. Listopad, Ju.I. Vorotnickij** // Vysshaja shkola – 2008. – №6 – S. 6–14.
2. **Zhukovich S.Ya.** Mathematical method for improving the quality of education at a university / **S.Ya. Zhukovich** // Ves-nik Belorusskogo gosudarstvennogo jekonomicheskogo universiteta – 2012. – №5. – S.36–42.
3. **Mayer, R.V.** Cyber Pedagogy: Simulation of the Learning Process / **R.V. Mayer**. – Glazov, GGPI, 2013. – 138 с.
4. **Pontrjagin, L.S.** Mathematical theory of optimal processes / **L.S. Pontrjagin** [i dr.]. – Izd.2. М.: Nauka 1969. – 384 s.
5. **Chaki, F.** Modern control theory. Non-linear, optimal and adaptive systems / **F. Chaki**. – М.:Mir, – 1975. – 420 s.

S.Ya. Zhukovich

HAMILTONIAN MINIMUM PRINCIPLE FOR OPTIMUM CONTROL OF THE DISTANCE LEARNING PROCESS

Branch of the Belarusian National Technical University “Borisov State Polytechnic College”

A mathematical learning model based on control theory in the form of an inhomogeneous linear differential equation is proposed. Analytical formulas and graphs for optimal program control and optimal trajectory are obtained from the principle of the minimum of the Hamiltonian for autonomous systems.

Keywords: *mathematical model of the distance learning process, optimal control theory.*



Жукович Сергей Яковлевич, инженер-программист филиала БНТУ «Борисовский государственный политехнический колледж». Научные интересы связаны с математическим моделированием процесса обучения, разработкой методов оптимального управления процессом дистанционного обучения, разработкой автоматизированной системы дистанционного обучения.

Siarhei Ya. Zhukovich, software engineer of the Borisov State Polytechnic College branch of BNTU. Scientific interests are related to mathematical modeling of the learning process, the development of methods for optimal control of the distance learning process, the development of an automated distance learning system.

Email: s.zhuk@tut.by