

УДК 621.316.726.078

**СЕТОЧНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ***докт. техн. наук, проф. А.А. ЛОБАТЫЙ, Л.В. РУСАК, асп. М.А. АЛЬ-МАШХАДАНИ*

Белорусский национальный технический университет

Решается задача определения оптимальных значений параметров дискретной системы с фазовым управлением, при которых достигается минимум заданного функционала качества. Получено решение задачи в общем виде и реализовано на конкретном примере системы, для которой задана передаточная функция.

*Ключевые слова:* параметрический синтез, целевая функция, оптимизация системы.

UDC 621.316.726.078

**GRID-PARAMETER OPTIMIZATION OF DISCRETE SYSTEMS WITH PHASE CONTROL***A.A. Lobaty, L.V. Rusak, M.A. Al-Mashhadani*

Solved the problem of determining the optimal values of the parameters of a discrete system with phase control, for which the minimum of a given functional quality. Obtain the solution in general and implemented on a specific example of a system that has a specified transfer function.

*Keywords:* parametrical synthesis, criterion function, system optimization.

**Введение**

В различных областях автоматики, радиотехники, связи широкое применение находят дискретные системы с фазовым управлением (ДСФУ), сигнал ошибки в которых, формируется на основе сравнения фаз входного и выходного сигналов. ДСФУ включают в себя два больших класса: импульсные системы с фазовым управлением и цифровые системы с фазовым управлением. Построение и применение систем с фазовым управлением по импульсному или цифровому принципам обусловлены областью применения, а также частотами сигналов, которые надо обрабатывать. Примерами таких систем являются системы цифровой и импульсно-фазовой автоподстройки частоты, системы регулирования скорости, импульсные стабилизаторы напряжения, следящие фильтры и т.п.

К достоинствам ДСФУ следует отнести малые габариты и вес, высокий к.п.д., простоту

исполнения, способность работать на высоких частотах квантования. Основной проблемой, возникающей при проектировании ДСФУ, является обеспечение устойчивости, хороших динамических и статистических характеристик. В силу существенной нелинейности большинства ДСФУ анализ и синтез таких систем представляет собой сложную задачу.

Исследованию ДСФУ посвящены ряд работ [1, 2, 3, 4], в которых в основном рассматриваются задачи вероятностного анализа и аналитического синтеза ДСФУ. Задача оптимизации параметров ДСФУ является одной из важнейших, так как от решения данной задачи зависит эффективная работа ДСФУ.

**Задача параметрического синтеза ДСФУ**

Задачу параметрического синтеза можно формулировать как нахождение оптимальных параметров системы, удовлетворяющих определенному критерию. В общей структуре

параметрического синтеза ДСФУ, реализуемого с помощью ЭВМ, должна быть предусмотрена программа оптимизации, позволяющая выбирать оптимальные параметры системы.

Задачу безусловной оптимизации будем ставить следующим образом: найти  $\min_{X \in D} F(X)$ , где  $D$  — область пространства, в которой ведется поиск;  $X$  —  $m$ -мерный вектор переменных ДСФУ;  $F(X)$  — заданная функция  $n$  переменных, определенная в области  $D$ . Предполагается, что функция  $F(X)$  непрерывна в области  $D$ . Будем считать, что область  $D$  является  $m$ -мерным гиперпараллелепипедом с гранями, параллельными координатным осям

$$D = \{X \in R^m \mid x_{i_{\inf}} \leq x_i \leq x_{i_{\sup}}, \quad i = \overline{1, m}\}. \quad (1)$$

Наложим ограничения на множество векторов  $X$ , ограничив их  $m$ -мерным гиперпараллелепипедом. В общем случае оптимальное значение  $X$  в зависимости от вида вектор-функции  $F(X)$  может быть точкой либо локального, либо глобального минимума (в нашем случае — минимум)  $F(X)$ .

Определим вектор  $X^*$  как точку локального минимума, если для всех точек  $X^*$ , принадлежащих  $\varepsilon$  — окрестности точки  $X^*$ , выполняется следующее неравенство:  $F(X^*) \leq F(X)$  где  $X \in D_i$ ,  $D_i \subset D$ .

$$D_i = \{X \in R^m \mid x_i - \varepsilon \leq x_i \leq x_i + \varepsilon, \quad i = \overline{1, m}\}. \quad (2)$$

Определим глобальный минимум  $F(X)$  как наименьший из всех локальных, т.е. точка  $X^*$  является точкой глобального минимума на области, определенной выше, если справедливо неравенство  $F(X^*) \leq F(X) \quad \forall X \in D$ .

Анализ литературы [5, 6, 7, 8] и опыт разработок показали, что наиболее эффективным методом поиска экстремума для ДСФУ с точки зрения машинной реализации является расчет функционала на сетке точек с последующим уточнением полученного экстремума.

Для построения сетки точек, равномерно заполняющих данную область, удобно использовать  $LP\tau$  — последовательности [7]. Следует отметить, что среди известных в настоящее время равномерно распределенных последовательностей наилучшие характеристики при  $M \rightarrow \infty$ , где  $M$  — количество точек, имеют  $LP\tau$  — последовательности. Подробно методы генерации и доказательство равномерности распределения  $LP\tau$  — последовательностей описаны в [7, 8].

Рассмотрим область  $C$  —  $m$ -мерный единичный гиперкуб:

$$C = \{X \in R^m \mid 0 \leq x_i \leq 1, \quad i = \overline{1, m}\}; \quad (3)$$

Пусть  $M$  — количество точек  $\omega_j$ , ( $j = \overline{1, M}$ ), принадлежащих области  $C$ . Из свойств равномерного распределения  $LP\tau$  — последовательностей следует, что выполняется условие

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{M_G}{M} = \sqrt{G}, \quad \text{где } G \text{ — любая } m\text{-мерная область, подобласть } C;$$

$M_G$  — количество точек  $LP\tau$  — последовательности, принадлежащих области  $G$ ;  $M$  — количество точек  $LP\tau$  — последовательности;  $\sqrt{G}$  — объем  $m$ -мерной области  $G$  [7]. При больших значениях  $M$  количество точек, попавших в произвольную область  $G$ , пропорционально объему этой области.

Сохраняя равномерность расположения точек, с помощью линейного преобразования точки  $\omega_j$ ,  $j = \overline{1, M}$ , равномерно заполняющие  $m$ -мерный единичный гиперкуб  $C$ , можно преобразовать в точки, равномерно заполняющие произвольный гиперпараллелепипед  $D$ , удовлетворяющий условиям (1).

Разделение области пространства  $D$  на элементарные области  $D_j$ , в которых мультимодальная функция  $F(X)$  удовлетворяет условию Липшица, позволяет вести дальнейший поиск глобального минимума функции  $F(X)$  как поиск унимодальной функции на области  $D_j$  различными методами поиска: нулевого порядка,

наискорейшего спуска, методами с переменной метрикой и т.д.

### Определение параметров системы

Рассмотрим пути сокращения размеров области поиска глобального минимума. Пусть область пространства  $D$  определяется условиями (1). Заполним ее точками  $LP\tau$ -последовательности  $X_j, j = \overline{1, M}$ . В результате расчета функционала в  $M$  дискретных точках получаем ряд его значений  $F_j(X_j), j = \overline{1, M}$ . Выделим верхнюю и нижнюю границы значений функционала:  $F_{\min}(X) = \inf[F(X_j)]_1^M$ ;  $F_{\max}(X) = \sup[F(X_j)]_1^M$ . Таким образом, получаем верхнюю и нижнюю границы значений функционала в точках  $y_{\min} = F_{\min}(X)$ ,  $y_{\max} = F_{\max}(X)$ .

Рассмотрим вспомогательную функцию  $T(y) = P[X^*]$ , при выполнении условия  $y_{\min} \leq y \leq y_{\max}$ . Вспомогательная функция  $T(y)$  — вероятность события, заключающегося в том, что любая точка  $LP\tau$ -последовательности, принадлежащая области  $D$ , является точкой минимума. Противоположным событием будем считать то, что данная  $LP\tau$ -последовательность точкой минимума не является. Получаем пространство элементарных событий  $\Omega$ , состоящее из конечного числа событий  $\omega_i$ . Событие  $\omega_1$  означает, что точка  $X$  есть точка минимума и она характеризуется вероятностью  $p_1$ , а событие  $\omega_2$ , состоящее в том, что точка  $X$  не является точкой минимума, характеризуется вероятностью  $p_2$  или  $p_2 = 1 - p_1$ .

Потребуем, чтобы функция  $T(y)$  принимала максимальное значение в точке минимума функции  $F(X)$ , а минимальное в точке ее максимума, т.е.  $T(y_{\min}) = 1$ ;  $T(y_{\max}) = 0$ . Максимум функции  $T(y)$  должен соответствовать минимуму функции  $F(X)$  в области  $D$ . Таким условиям удовлетворяет функция  $T(y) = M_1/M$ , где  $M$  — количество точек  $LP\tau$ -последовательности;  $M_1$  — количество точек  $LP\tau$ -последовательности, для которых выполняется условие  $P(X_1) > y$ .

Проверим условие нормировки. Опре-

делим вероятности  $p_1$  и  $p_2$ :  $p_1 = T_1(y) = M_1/M$ ;  $p_2 = T_2(y) = M_2/M$ , где  $M_2$  — количество точек, в которых выполнено условие  $F(X_i) \leq y$ . По условиям нормировки имеем  $\sum p_i = 1$ . Следовательно,

$$\sum_{i=1}^2 p_i = T_1(y) + T_2(y) = (M_1 + M_2)/M = M/M = 1,$$

т. е. условие нормировки выполнено.

Пусть в результате расчета значений функционала в точках  $LP\tau$ -последовательности получено значение  $F_{\min}(X)$ , соответствующее значению  $m$ -мерного вектора  $X_{\min}$ . Рассмотрим  $i$ -е границы области  $D$  и произведем их сокращение.

Пусть  $i$ -я координата системы удовлетворяет условиям  $x_{i \text{ inf}} < x_i < x_{i \text{ sup}}$ . Рассмотрим интервалы  $|x_{i \text{ min}} - x_{i \text{ inf}}|$  и  $|x_{i \text{ min}} - x_{i \text{ sup}}|$ . Для определенности считаем  $|x_{i \text{ min}} - x_{i \text{ inf}}| < |x_{i \text{ min}} - x_{i \text{ sup}}|$ . Поместим точку  $x_{i \text{ min}}$  в центр новой полученной  $i$ -й координаты области  $D$ , т.е. новая  $i$ -я координата удовлетворяет условиям  $\{x_i | x_{i \text{ inf}} < x_{i \text{ min}} < x_{i \text{ min}} + |x_{i \text{ min}} - x_{i \text{ inf}}|\}$ . Подобным образом произведем сокращение границ всех координат. В результате получим область пространства  $D^*$ , удовлетворяющую новым условиям:  $D^* \subset D$ ;  $D^* = \{X | X_{\text{inf}}^* < X < X_{\text{sup}}^*\}$ .

Рассмотрим произвольную точку  $X^*$ , принадлежащую областям  $D^*$  и  $D$ . В области  $D$   $T(y) = 1 - M_1/M$ . В области  $D^*$   $T^*(y) = 1 - M_2/M$  ( $M$  — количество точек расчета значений функционала;  $M_1$  — количество точек области  $D$ , в которых выполнено условие  $F(X_i) \leq y$ ;  $M_2$  — количество точек области  $D^*$ , в которых  $F(X_i) \geq y$ ). При этом  $M_2 \leq M_1$ .

Сравниваем значения вспомогательных функций  $T(y)$  и  $T^*(y)$ :  $1 - M_2/M \geq 1 - M_1/M \rightarrow T^*(y) \geq T(y)$ . Получаем, что вероятность того, что точка  $X^*$  в области пространства  $D^*$ , является точкой минимума, выше вероятности того, что эта точка есть точка минимума в области  $D$ . Таким образом, сокращая область пространства  $D$  при проведении  $LP\tau$  — поиска, максимизируем вероятность того, что данная точка является точкой

минимума, так как при сокращении области пространства приведенным выше методом максимизируется вспомогательная функция  $T(y)$ .

Рассмотренный выше подход целесообразно применить для выбора параметров ДСФУ. Быстродействие ДСФУ оценим с помощью ее линеаризованной модели по собственным значениям матрицы динамики (корням характеристического уравнения). Цель оптимизации — выбор параметров системы, обеспечивающих при условии ее устойчивости минимальное время переходного процесса. В данном случае целевая функция  $F(X)$  — время переходного процесса.

Просчет значений целевой функции и нахождение собственных чисел матрицы динамики производятся путем зондирования пространства параметров системы в точках  $LP\tau$ –последовательности в сочетании с дальнейшим уточнением точки минимума методом Хука—Дживса. Для рассматриваемой системы предполагается, что минимизируемая функция (собственные значения матрицы динамики) является непрерывной на рассматриваемом пространстве параметров. Допускается невыпуклость функционала на области определения.

При нахождении оптимальных значений параметров системы накладываются ограничения на устойчивость системы, при невыполнении которых учитывается функция штрафа, определяемая, исходя из заданных требований к устойчивости системы.

### Пример

В качестве конкретной ДСФУ рассмотрена система типа «выборка–запоминание» [1] с пропорционально–интегрирующим фильтром, передаточная функция которого имеет вид  $W(p) = K_1(T_2p + 1) / (T_1p + 1)$ , где  $T_1$  и  $T_2$  — постоянные времени, ( $K_1$  — коэффициент передачи прямой цепи системы, размерности Гц/В).

Оптимизация параметров системы производится в области  $0,1 \cdot 10^6 \leq K_1 \leq 0,1 \cdot 10^9$ ,  $0,2 \cdot 10^{-7} \leq T_1 \leq 0,2 \cdot 10^{-6}$ ,  $0,3 \cdot 10^{-7} \leq T_2 \leq 0,3 \cdot 10^{-6}$ .

После зондирования пространства параметров в точках  $LP\tau$ –последовательности дальнейшего уточнения границ полученного значения минимума целевой функции имеем оптимальные значения параметров ДСФУ:  $K_1 = 1,883125 \cdot 10^8$  Гц/В;  $T_1 = 0,5374999 \cdot 10^{-7}$  с;  $T_2 = 0,4687499 \cdot 10^{-7}$  с. Минимальное время переходного процесса составило  $0,648 \cdot 10^{-5}$  с.

Необходимо отметить, что использование для уточнения точки минимума целевой функции градиентных методов имеющих в общем случае более высокую скорость сходимости, чем метод Хука—Дживса нецелесообразно. Это обусловлено тем, что при применении градиентных методов целевую функцию и ее частные производные необходимо определять численно, так как целевая функция не задана аналитически, а это приводит к существенному росту затрат времени расчёта параметров системы.

### Заключение

Для дискретных систем с фазовым управлением разработан и исследован метод оптимального параметрического синтеза по критерию максимального быстродействия. Метод реализуется с помощью равномерно распределенной сетки точек параметров с использованием  $LP\tau$ –последовательности и обладает малыми затратами машинного времени. Данный метод синтеза удобно применять в случае высокой размерности математической модели ДСФУ.

Результаты исследований показывают, что применение сеточно-параметрического метода позволяет определить оптимальные значения параметров ДСФУ, обеспечивающие эффективную её работу.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Батура М.П. Дискретные системы с фазовым управлением. – Мн.: БГУИР, 2002.
2. Бусько В.Л., Лобатый А.А. Системы с фазовым управлением случайной структуры. – Минск, БГУИР, 2008. – 177 с.

3. Бусько В.Л., Лобатый А.А., Русак Л.В. Аналитическое моделирование дискретных систем с фазовым управлением // Доклады БГУИР, 2008 № 3 (33) с. 103-110.

4. Бусько В.Л., Лобатый А.А., Русак Л.В. Анализ вероятностных характеристик дискретных систем с фазовым управлением // Доклады БГУИР, 2008 № 8 (38) с. 93-99.

5. Методы оптимизации / под ред. В.С. Зарубин, А.П. Крищенко. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003. – 440 с.

6. Синтез регуляторов систем автоматического управления / под ред. К.А. Пупков и Н.Д. Егупова. - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.-616 с.

7. Соболев И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб.–М.: Знание, 1985.– 32 с.

8. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями.– М.: Наука, 1981.– 193 с.

UDC 621.002

## STRUCTURE DEVELOPMENT AND SIMULATION OF PLUG-IN HYBRID ELECTRIC VEHICLE

*M.Sc. ALEH MAROZKA, Associate professor YURY PETRENKO  
Belarusian National Technical University*

### Introduction

Electric-drive vehicles (EDVs) have gained attention, especially in the context of growing concerns about global warming and energy security aspects associated with road transport.

The main characteristic of EDVs is that the torque is supplied to the wheels by an electric motor that is powered either solely by a battery or in combination with an internal combustion engine (ICE). This covers hybrid electric vehicles (HEVs), battery electric vehicles (BEVs), and plug-in hybrid electric vehicles (PHEVs), but also photovoltaic electric vehicles (PVEVs) and fuel-cell vehicles (FCVs). [1]

So we initiated research work with a view to assess the economic impacts, engineering constraints and user needs of a future market penetration of those car technologies, with a focus on PHEVs.

As a starting step, we reviewed the literature and prepared this paper which provides a summary description of the technology aspects, the current

state of the research and development in the field. It also elaborates consistent sets of data about the vehicle technologies in view of the subsequent modeling work to undertake the assessment. The paper also identifies a series of areas where more data and assessment are needed.

### General definitions

Battery Electric Vehicles refer to vehicles propelled solely by electric motors. The source of power stems from the chemical energy stored in battery packs which can be recharged on the electricity grid. The future of such vehicles strongly depends on the battery developments (performance and cost).

Plug-in Hybrid Electric Vehicles refer to vehicles that can use, independently or not, fuel and electricity, both of them rechargeable from external sources. PHEVs can be seen as an intermediate technology between BEVs and HEVs. It can indeed be considered as either a BEV supplemented with an internal combustion engine (ICE) to increase the