

А. А. ЛОБАТЫЙ, А. Ю. БУМАЙ, Е. М. РОБИЛКО

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ГРУППЫ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ПРИ ПОИСКЕ ОБЪЕКТОВ

Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Рассмотрены общие принципы оценки эффективности применения беспилотных авиационных комплексов (БАК), включающих группы беспилотных летательных аппаратов (БЛА). Проведен анализ современных методов оценки эффективности при выполнении различных задач БАК. Обоснованы основные показатели оценки эффективности в виде вероятностных характеристик. Сформулированы общие вероятностные показатели оценки эффективности и частные показатели, характеризующие отдельные этапы применения беспилотных авиационных комплексов: вероятность обнаружения объекта группой БЛА, вероятность своевременного решения задачи воздействия на объект (оказания помощи потерпевшим) с учетом временных характеристик запаздывания. Особое внимание уделено решению задач поиска объектов в заданной области земной поверхности ввиду актуальности и распространенности задач такого рода. Приведены математические зависимости для определения вероятности нахождения объекта в заданной области, определения вероятности обнаружения объекта к заданному сроку, расчета математического ожидания числа объектов, обнаруженных к заданному сроку.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, эффективность, вероятность, объект, поиск

Введение

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) активно применяются для решения широкого круга задач в различных областях народного хозяйства, обороны и в условиях, где применение пилотируемой авиации нецелесообразно по экономическим причинам или связано с риском для жизни и здоровья экипажа летательного аппарата. Имея относительно невысокую стоимость, небольшие габариты, оснащенные высокопроизводительным электронным оборудованием, БЛА успешно решают задачи мониторинга земной поверхности, доставки грузов, поражения наземных и воздушных целей, решения задач связи, охраны объектов, регулирования транспортных потоков и т.д. [1, 2]. Существует большое разнообразие БЛА в зависимости от предназначения, конструктивного исполнения, габаритно-массовых характеристик, разнообразия целевой нагрузки, различных технических особенностей.

Та или иная область применения БЛА определяется эффективностью применения для решения конкретной задачи. Для оценки эффективности объекта БЛА как степени соответствия его своему предназначению в условиях многокритериальной стохастической постановки задачи, как правило, применяют вероятностные методы исследования операций, основанные на математическом компьютерном моделировании процессов, описывающих применение исследуемого объекта (системы).

Показатели эффективности применения беспилотного авиационного комплекса (БАК) назначаются (выбираются) в зависимости от вариантов решения поставленной задачи и условий применения БАК [3]. В работах [4–7] рассматриваются вопросы оценки эф-

фективности БАК на различных этапах применения. В работе [8] представлены задачи оптимизации основных режимов полета БЛА, размещения наземных компонентов БАК, процессов перебазирования БАК, информационная безопасность БЛА.

Традиционно одной из основных задач применения БЛА является поиск и обнаружение наземных объектов. Успешное решение данной задачи определяется в значительной степени возможностями аппаратуры, установленной на борту БЛА. Первоначально такие задачи рассматривались в военной сфере, когда необходимо обнаружить наземную цель и создать предпосылки для ее поражения [9]. Однако существуют различные задачи поиска наземных объектов не только военного назначения. Например, важнейшей задачей является поиск и обнаружение в труднодоступной, ненаселенной местности пропавших (терпящих бедствие) людей для оказания им необходимой помощи. Для этих целей, как правило, приходится привлекать значительные человеческие и материальные ресурсы.

Поиск наземных объектов

Различают три основных вида поиска наземных объектов [10]: контрольный (в районе), по вызову (вторичный), на рубеже (на линии).

Контрольный поиск представляет собой обследование заданного района для обнаружения объекта или установления его отсутствия. Он проводится в тех случаях, когда отсутствуют данные о месте нахождения объекта на определенный момент времени. Контрольному поиску, как правило, соответствует равномерное распределение вероятных мест обнаружения объекта в районе, подлежащего обследованию.

Поиск по вызову представляет собой обследование места обнаружения объекта через некоторое время после того, как это обнаружение произошло. Он проводится в тех случаях, когда имеются предварительные данные о месте нахождения объекта на определенный момент времени. Поиску по вызову соответствует неравномерное распределение вероятных мест нахождения объекта в окрестностях точки его первичного обнаружения.

Поиск на рубеже представляет собой обследование вдоль заданной линии. Он проводится в случаях, когда имеются данные о вероятном направлении движения объекта и участке его возможного пересечения заданной линии ограничения. Поиску на рубеже соответствует равномерное распределение вероятных мест пересечения объектом линии ограничения.

Основными критериями эффективности поиска являются его вероятностные показатели, применимые к любым видам поиска. Рассмотрим эти показатели применительно к контрольному поиску объектов (поиску в заданном районе), так как этот вид поиска является наиболее распространенным.

Вероятность нахождения объекта в заданном районе земной поверхности площадью S_p определяется как вероятность нахождения в пределах поля зрения оптико-электронной аппаратуры БЛА, ограниченной углами ξ_1 и ξ_2 на расстоянии от БЛА в пределах от r_1 до r_2 в диапазоне его курсовых углов от q_1 до q_2 . При этом предполагается, что $\xi_2 > \xi_1$, $q_2 > q_1$, $r_2 > r_1$ и все величины ξ , q , r распределены равномерно в пределах указанных выше диапазонов. Искомая вероятность в этом случае рассчитывается по следующей формуле [10]:

$$P_n = \frac{1}{2\pi S_p} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{r_1}^{r_2} \int_{q_1}^{q_2} d\xi dr dq. \quad (1)$$

Вероятность обнаружения объекта к заданному сроку вычисляется по формуле:

$$P_{об} = 1 - \exp\left(-\frac{u_n T_n}{S_p}\right), \quad (2)$$

где u_n – производительность поиска с учетом вероятности пропадания объекта из поля зрения и вероятности получения с ним контакта. T_n – время поиска (время одновременного нахождения в районе поиска площадью S_p поисковых БЛА и объекта).

Математическое ожидание числа объектов, обнаруживаемых к заданному сроку, вычисляется по формуле:

$$M_{об} = N_{u1} P_{об1} + N_{u2} P_{об2} + \dots + N_{un} P_{обn} = \sum_{i=1}^n N_{ui} P_{обi}, \quad (3)$$

где N_{ui} – количество объектов, находящихся в i -м районе поиска, P_{ui} – вероятность обнаружения объектов в i -м районе поиска, n – в данном случае количество районов поиска.

В общем случае вероятность обнаружения наземного объекта оптико-электронной аппаратурой одного БЛА определяется по формуле [9]:

$$W_{об}^{(1)} = P_{об} \iint_{S_o} f_0(x, y) dx dy. \quad (4)$$

В формуле (4) $f_0(x, y)$ – плотность вероятности распределения координат объекта на земной поверхности, $P_{об}$ – условная вероятность обнаружения объекта аппаратурой БЛА, которая для конкретного объекта определяется, как правило, экспериментально или рассчитывается на основе полной математической модели, описывающей в пространстве состояний процесс обнаружения. S_o – обследованная («сфотографированная» оптико-электронной системой) БЛА область земной поверхности.

Так как один БЛА обладает ограниченными возможностями по поиску и обнаружению наземных объектов, то в этом случае целесообразно применять группу БЛА («рой дронов»). При этом управление группой БЛА, каждый из которых осуществляет полет по определенной траектории, является отдельной задачей.

Вероятность обнаружения объекта группой, состоящей из nn БЛА, вычисляется по формуле полной вероятности:

$$W_{об}^{(r)} = \sum_{m=1}^{nn} P_{m,nn} W_{об}^{(1)}(m), \quad (5)$$

где $P_{m,nn}$ – вероятность того, что из nn БЛА–наблюдателей до искомого объекта долетят m БЛА. $W_{об}^{(1)}(m)$ – условная вероятность выполнения задачи обнаружения объекта и определения его координат с заданной точностью m -м долетевшим до объекта БЛА.

Эффективность применения БЛА

Оценка эффективности группы БЛА при выполнении задачи поиска и обнаружения объекта сводится к вычислению вероятности обнаружения объекта за время поиска $W_{об}(t)$, вероятности безотказного функционирования БЛА за время до момента передачи им информации об объекте $W_{ф}(t_n)$, закона распределения времени запаздывания и обработки информации $f_{зп}(t)$. Кроме того, необходимо учитывать математическое ожидание времени запаздывания $T_{зп}$ действий в отношении обнаруженного объекта (времени прибытия спасателей для оказания помощи людям, терпящим бедствие).

Между моментом обнаружения объекта и моментом воздействия на него проходит некоторое случайное время $T_{зп}$:

$$T_{зп} = T_{ои} + T_{пр} + T_{дс}, \quad (6)$$

где $T_{ои}$ – время обработки информации, $T_{пр}$ – время, необходимое для принятия решений по подготовке и проведению мероприятий воздействия на обнаруженный

объект, $T_{дс}$ – время, необходимое для доставки к объекту необходимых средств (спасателей к терпящим бедствие).

Так как объекты поиска в общем случае могут менять место своего пребывания, то доставка средств может запаздывать и прийти к уже покинутому объектом месту. В этом случае вероятность решения задачи по воздействию на объект (оказания помощи потерпевшим) вычисляется по формуле:

$$W_v^{(p)} = P_d P_m W_v, \quad (7)$$

где P_d – вероятность того, что объект обнаружен и сведения о нем доставлены в центр принятия решений, P_m – условная вероятность того, что посланные на объект средства застали объект на месте, W_v – условная вероятность воздействия на объект при условии, что объект в момент воздействия оказался на месте.

Так как процесс воздействия на объект (оказания помощи терпящим бедствие) складывается из ряда последовательных операций, то закон распределения времени запаздывания согласно центральной предельной теореме теории вероятностей можно считать приближенно нормальным с математическим ожиданием и дисперсией, вычисляемыми по формулам:

$$m_{гзп} = m_{юи} + m_{гпр} + m_{тдс}, \quad (8)$$

$$D_{гзп} = D_{юи} + D_{гпр} + D_{тдс}. \quad (9)$$

В правых частях формул (8)–(9) представлены математические ожидания и дисперсии случайных величин $T_{юи}$, $T_{гпр}$, $T_{дс}$. Закон распределения времени нахождения объекта на месте $f_m(t)$ задается исходя из априорных данных о возможных перемещениях объекта. Обычно этот закон полагают показательным [9] с параметром, равным $1 / \langle t_m \rangle$, где $\langle t_m \rangle$ – среднее время нахождения объекта на месте после очередного перемещения:

$$f_m(t) = \frac{1}{\langle t_m \rangle} e^{-\frac{t}{\langle t_m \rangle}}. \quad (10)$$

При таких допущениях вероятность своевременного решения задачи воздействия на объект (оказания помощи потерпевшим) может вычисляться по формуле:

$$P_{гзп} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{1}{\langle t_m \rangle} e^{-\frac{t}{\langle t_m \rangle}} \left[\Phi \left(\frac{t - m_{гзп}}{\sqrt{2D_{гзп}}} \right) + \Phi \left(\frac{m_{гзп}}{\sqrt{2D_{гзп}}} \right) \right] dt, \quad (11)$$

где $\Phi(\dots)$ – функция Крампа (интеграл вероятностей) вида:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (12)$$

Определим математическое ожидание времени, требующегося для обнаружения объекта. В общем случае интенсивность обнаружения наземных объектов вычисляется по формуле [9]:

$$\gamma = \frac{V_{сз}}{S_{об}}, \quad (13)$$

где $S_{об}$ – площадь, приходящаяся на один объект, $V_{сз}$ – средняя эффективная скорость обзора земной поверхности аппаратурой БЛА. $V_{сз} = V_s \cdot P_{об} \cdot n_{БЛА}$, где V_s – средняя скорость обзора земной поверхности аппаратурой БЛА, $P_{об}$ – условная вероятность обнаружения наземного объекта аппаратурой БЛА, $n_{БЛА}$ – число БЛА, производящих мониторинг (количество вылетов одного БЛА).

Пусть интенсивность определений наземных объектов γ с помощью аппаратуры БЛА приближенно известна, а достоверная информация о каждом объекте поступает в течение времени $t_{пн}$. Тогда условное математическое ожидание времени, прошедшего до обнаружения объекта $m_{юб}$, при условии, что объект был обнаружен с вероятностью $W_{об}$ за время поиска $t_{пн}$ определяется по формуле [9]:

$$m_{юб} = \frac{1}{W_{об}(t_{пн})} \int_0^{t_{пн}} t dW_{об}(t) = \frac{1}{W_{об}(t_{пн})} \left[t_{пн} W_{об}(t_{пн}) - \int_0^{t_{пн}} (1 - e^{-\gamma t}) dt \right] = \frac{1}{\gamma} - \frac{t_{пн}}{e^{\gamma t_{пн}} - 1}. \quad (14)$$

Так как γ является случайной величиной, то определим вероятность своевременного воздействия на объект. Для этого допустим, что не только время смещения объекта от первоначального положения T_c , но и время запаздывания $T_{гзп}$, подчинено показательному закону с математическим ожиданием равным $\langle t_{гзп} \rangle$. При этих допущениях вероятность своевременного воздействия на объект (оказания помощи терпящим бедствие) определяется по формуле:

$$P_{гзп} = \int_0^\infty \frac{1}{\langle t_p \rangle} e^{-\frac{t}{\langle t_p \rangle}} \int_0^t \frac{1}{\langle t_{гзп} \rangle} e^{-\frac{\tau}{\langle t_{гзп} \rangle}} d\tau dt = \int_0^\infty \frac{1}{\langle t_m \rangle} e^{-\frac{t}{\langle t_m \rangle}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\langle t_{гзп} \rangle}} \right) dt = \frac{\langle t_p \rangle}{\langle t_p \rangle + \langle t_{гзп} \rangle}. \quad (15)$$

Имея информацию о значениях $m_{юб}$, $P_{гзп}$, $\langle t_p \rangle$, $\langle t_{гзп} \rangle$, можно производить анализ влияния информационной подсистемы и технических характеристик БЛА на эффективность выполнения задачи БАК, а также производить сравнительную оценку и выбор варианта бортового и наземного оборудования БАК.

Заключение

Процессы функционирования беспилотных авиационных комплексов являются случайными при решении задач поиска и обнаружения наземных объектов, так как существенно зависят от многих случайных факторов. Следовательно, результат применения БЛА и БАК в целом оценивается вероятностными показателями. Эффективность применения БАК количественно характеризуется вероятностями успешного функционирования элементов БАК на каждом из этапов их применения.

Законы распределения переменных, от которых зависит эффективность, могут быть получены путем математического моделирования процессов, описывающих применение БАК. Это позволяет сформулировать

основные требования к элементам БЛА и БАК в целом на этапе предварительного проектирования систем и выбрать наиболее рациональные условия применения БЛА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беспилотные летательные аппараты / под общ. ред. Н. Н. Новичкова. Москва : Информационное агентство АРМС–ТАСС, 2009. 436 с.
2. Эксплуатация и применение беспилотных летательных аппаратов (FPV–дронов) : учебное пособие / А. В. Ананьев [и др]. Воронеж : ВУНЦ ВВС «ВВА», 2023. 235 с.
3. Вентцель, Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология : учеб. пособие / Е. С. Вентцель. Изд. 4–е, стер. Москва : Дрофа, 2006. 206 с.
4. Лобатый, А. А. Структура методики оценки эффективности беспилотного авиационного комплекса на этапе наведения / А. А. Лобатый, И. И. Белекало // Сборник статей по материалам докладов XXI межвузовской научно–практической конференции «Перспектива–2011». Воронеж, 2011. С 16–21.
5. Бенкафо, А. С. Показатели эффективности беспилотного авиационного комплекса / А. С. Бенкафо // Системный анализ и прикладная информатика. 2014. № 1–3. С. 17–22. URL: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/18>.
6. Лобатый, А. А. Принятие решений при выборе объектов по критериям эффективности / А. А. Лобатый, А. С. Абуфанас // Системный анализ и прикладная информатика. 2015. № 4. С. 36–39. URL: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/76/69>.
7. Вероятностный анализ попадания беспилотного летательного аппарата в запретную зону / А. А. Лобатый, Ю. Ф. Яцына, В. Ю. Степанов, А. Ю. Бумай // Системный анализ и прикладная информатика. 2019. № 4. С. 46–54. DOI: 10.21122/2309-4923-2019-4-46-54.
8. Моисеев, В. С. Основы теории эффективного применения беспилотных летательных аппаратов / В. С. Моисеев. Казань : Редакционно-издательский центр «Школа», 2015. 444 с.
9. Мильграм, Ю. Г. Боевая эффективность авиационной техники и исследование операций / Ю. Г. Мильграм, И. С. Попов. Москва : Издание ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1970. 499 с.
10. Абчук, В. А. Поиск объектов / В. А. Абчук, В. Г. Суздаль. Москва : Советское радио, 1977. 336 с.

REFERENCES

1. *Bespilotnye letatelnye apparaty* [Unmanned aerial vehicles]. Ed. by N. N. Novichkov. Moscow: Information Agency ARMS–TASS; 2009. 436 p. (in Russian).
2. Ananiev A.V., Bulgakov M.A., Volobuev M.F., Vyshlov O.S., Dolgov A.A., Kravtsov E.V., et al. *Ekspluatatsiya i primeneniye bespilotnykh letatelnykh apparatov (FPV–dronov)* [Operation and application of unmanned aerial vehicles (FPV-drones)]: textbook. Voronezh: VUNTS VVS "VVA"; 2023. 235 p. (in Russian).
3. Ventsel E.S. *Issledovanie operatsii: zadachi, printsipy, metodologiya* [Investigation of operations: tasks, principles, methodology]. Manual. Ed. 4th, ster. Moscow: Drofa; 2006. 206 p. (in Russian).
4. Lobaty A.A., Belekalo I.I. The structure of the methodology for assessing the effectiveness of an unmanned aerial vehicle at the guidance stage. *Sbornik statej po materialam dokladov XXI mezhvuzovskoj nauchno–prakticheskoy konferencii «Perspektiva–2011»* [Collection of articles based on the materials of the reports of the XXI interuniversity scientific and practical conference «Perspektiva–2011»]. Voronezh; 2011. P 16–21 (in Russian).
5. Benkafo A.S. Indicators of efficiency of the pilotless aviation complex. *System analysis and applied information science*. 2014;(1–3):17–22 (in Russian). Available at: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/18>.
6. Abufanas A.S., Lobaty A.A. Decision-making in the selection of objects according to the criteria of efficiency. *System analysis and applied information science*. 2015;(4):36–36 (in Russian). Available at: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/76/69>.
7. Lobaty A.A., Yatsyna Y.F., Stepanov V.Y., Bumai A.Y. Probabilistic analysis of getting into a restricted area by unmanned aerial vehicle. *System analysis and applied information science*. 2019;(4):46–54 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2019-4-46-54>.
8. Moiseev V.S. *Osnovy teorii effektivnoy primeneniya bezberodnykh letatelnykh apparatov* [Fundamentals of the theory of effective application of unmanned aerial vehicles]. Kazan: Editorial and Publishing Center «Shkola»; 2015. 444 p. (in Russian).
9. Milgram Ju.G., Popov I.S. *Boevaya effektivnost aviacionnoj tehniki i issledovanie operacij* [Combat effectiveness of aviation engineering and operations research]. Moscow: Publishing House of the All-Russian Military Academy named after N. E. Zhukovsky; 1970. 499 p. (in Russian).
10. Abchuk V.A., Suzdal V.G. *Poisk obektov* [Search for objects]. Moscow: Sovetskoe radio; 1977. 336 p. (in Russian).

A. A. LOBATY, A. Y. BUMAI, E. M. ROBILKO

IDENTIFICATION OF A STOCHASTIC MODEL OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE

*Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus*

Abstract. This article examines the general principles for assessing the effectiveness of unmanned aerial complexes (UAC), including groups of unmanned aerial vehicles (UAVs). It analyzes current methods for assessing effectiveness in performing various UAC tasks. Key performance indicators are substantiated as probabilistic characteristics. General probabilistic performance indicators and specific indicators characterizing individual stages of UAC use are formulated: the probability of object detection by a UAV group and the probability of timely resolution of the task of interfering with the object (providing assistance to victims), taking into account time delay characteristics. Particular attention is paid to solving problems of searching for objects in a given area of the Earth's surface due to the relevance and prevalence of such problems. Mathematical relationships are presented for determining the probability of finding an object in a given area, determining the probability of detecting an object by a given deadline, and calculating the mathematical expectation of the number of objects detected by a given deadline.

Keywords: unmanned aerial vehicle, effectiveness, probability, object, search



Лобатый Александр Александрович

Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь. Доктор технических наук, профессор. Профессор кафедры «Робототехнические системы» БНТУ. Проводит исследования в области анализа и синтеза систем управления, в том числе – беспилотными летательными аппаратами. Автор и соавтор научных статей, книг и учебных пособий.

Alexander A. Lobaty

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus.

Doctor of Science (Engineering), Professor. Professor of the Department of Robotic Systems at the Belarusian National Technical University. Conducts research in the field of analysis and synthesis of control systems, including those of unmanned aerial vehicles. Author and co-author of scientific articles, books, and textbooks.

Тел: +375 (29) 346-82-56

E-mail: lobaty@bntu.by



Бумай Андрей Юрьевич

Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь. Старший преподаватель кафедры «Информационные системы и технологии» БНТУ. Проводит исследования в области анализа и синтеза стохастических систем управления применительно к беспилотным летательным аппаратам.

A. Y. Bumai

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus.

Senior Lecturer of the Department of Information Systems and Technologies at the Belarusian National Technical University. Conducts research in the analysis and synthesis of stochastic control systems applicable to unmanned aerial vehicles.

E-mail: abumaj@bntu.by



Робилко Евгений Михайлович

Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь. Аспирант кафедры «Робототехнические системы» БНТУ. Проводит исследования в области анализа и синтеза стохастических систем управления применительно к беспилотным летательным аппаратам.

E. M. Robilko

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus.

Postgraduate Student of the Department of Robotic Systems at the Belarusian National Technical University. Conducts research in the analysis and synthesis of stochastic control systems applicable to unmanned aerial vehicles.

E-mail: roblekevg@bntu.by