

ОГОРОДНИК И. В., ПОЛОЗКОВ Ю. В.

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ОБЛАСТЕЙ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ДЕЙКСТРЫ

Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Республика Беларусь

Аннотация. В статье предлагается алгоритм декомпозиции областей конечно-элементной модели (КЭМ) для интеграции унифицированных ячеистых структур в процессе проектирования легковесных деталей. В этом алгоритме для выполнения декомпозиции рассматриваемая область КЭМ представляется в виде графа. На основе этого графа описывается поиск точек разрыва и критерии разделения областей КЭМ в зауженных местах. Обосновывается использование алгоритма Дейкстры для определения веса вершин, находящихся в зауженных участках рассматриваемой области КЭМ. Приведен пример работы алгоритма, демонстрирующий его применимость в проектировании легковесных деталей с ячеистыми структурами.

Ключевые слова: легковесные детали, ячеистые структуры, конечно-элементная модель, декомпозиция области конечно-элементной модели

Введение

В процессе проектирования легковесных деталей на основе инженерного анализа определяются области интеграции ячеистых структур, представляющие собой совокупности наименее нагруженных смежных конечных элементов сеточной модели [1, 2]. Ввиду разнообразия геометрических форм и схем нагружения различных технических деталей, а также геометрии конечных элементов, в качестве которых, как правило, выступают тетраэдры, выявляемые области интеграции характеризуются сложной пространственной формой. В этих областях часто встречаются зауженные участки, состоящие даже из одного конечного элемента. Для обеспечения интеграции унифицированных по форме и расположению структур ячеек (например, имеющих базовую геометрическую форму) требуется декомпозиция сложных областей на подобласти, осуществляемая за счет удаления конечных элементов зауженных участков, отделения их от части исходной области или выделения их в отдельную подобласть. Предлагается решение данной задачи путем представления множества определенных областей конечных элементов в виде графа и поиска на его основе точек разрыва с использованием алгоритма Дейкстры и с учетом критериев разделения.

Описание алгоритма

В основе предлагаемого алгоритма декомпозиции областей конечно-элементной модели (КЭМ) лежит предположение о том, что, рассматривая множество кратчайших путей на графе, могут быть найдены вершины с наибольшим количеством вхождений в эти пути, которые в свою очередь будут соответствовать узлам КЭМ, находящимся в зауженных местах. Исходными данными этого алгоритма являются: мно-

жество исходных областей в виде массива конечных элементов сеточной модели; значения критериев разделения, определяющие подлежит ли конкретная (текущая) подобласть дальнейшей обработке; пороговое значение количества подобластей, после достижения которого алгоритм декомпозиции завершается. Рассматриваемый алгоритм включает следующие основные шаги.

1. Создание начального графа на основе множества исходных областей, представленных массивом конечных элементов. При этом каждая область конечных элементов образует подграф. В построенном графе каждая его вершина соответствует вершине элемента КЭМ, а ребра соединяют вершины конечных элементов.

2. Итерационное разделение начального графа до достижения заданного количества подграфов или до достижения критериев сходимости:

- а. Подсчет критериев сходимости для каждого подграфа. Вопрос сходимости алгоритма решается оценкой сходства формы текущей подобласти с какой-либо заранее заданной геометрической фигурой (геометрическим шаблоном). Для оценки предлагается использовать критерий заполнения ограничивающей фигуры и критерий отношения суммы площадей поверхностей элементов подобласти к площади поверхности ограничивающей фигуры.

- б. Выбор подграфа с наименьшими значениями критериев сходимости, который будет соответствовать подобласти в наибольшей мере отличающейся от заданного геометрического шаблона, а значит подлежащего дальнейшей декомпозиции.

- с. Определение и удаление вершин зауженной области. Здесь до момента разделения текущего подграфа на новые подграфы циклично выполняются следующие операции:

i. вычисляется вес каждой вершины подграфа на основе количества ее вхождений в кратчайшие пути в подграфе;

ii. удаляется вершина с наибольшим весом и все инцидентные ей ребра.

3. Присоединение удаленных вершин к одному из подграфов либо полное их исключение на основе минимального влияния на критерии сходимости.

4. Преобразование полученных подграфов в подобласти КЭМ.

Конечно-элементная модель перепроектируемой детали в SolidWorks удовлетворяет нескольким важным правилам: каждая поверхность элемента КЭМ принадлежит полностью одному или двум элементам; ребра элементов КЭМ имеют примерно одинаковую длину. Указанные правила, стандартно лежащие в основе генерации сеточной модели деталей, позволяют заключить, что каждая вершина КЭМ имеет малое число инцидентных ей вершин по сравнению с их общим количеством. Иными словами, граф модели имеет малую плотность (менее 0.43) и является разреженным. По этой причине при определении веса вершины графа рекомендуется использовать алгоритм Дейкстры для поиска кратчайших путей на графе, имеющий большую эффективность для разреженных графов в сравнении с алгоритмом Флойда-Уоршелла [3].

Таким образом, алгоритм подсчета количества вхождений вершин в кратчайшие пути (их веса) заключается в следующем:

1. Создание матрицы веса вершин подграфа с нулевыми начальными значениями;

2. Для каждой вершины подграфа:

а. найти кратчайшие пути от выбранной вершины ко всем вершинам подграфа;

б. произвести обратный проход по найденным кратчайшим путям, увеличивая вес посещаемых вершин на единицу.

В результате вычисления количества вхождений вершин в кратчайшие пути от любой из вершин подграфа наибольшие значения будут иметь вершины, находящиеся в узких местах подграфа и вершины близкие к исходной. Для нивелирования последнего необходимо выполнение проходов от большого количества вершин графа. Максимальная точность выполнения алгоритма при этом достигается при подсчете веса относительно всех вершин подграфа.

Сходимость и конечность алгоритма

Для обеспечения конечности алгоритма следует использовать условие достижения определенного числа подграфов как условие завершения работы. При этом оно не должно превышать количество вершин графа, поскольку при относительно больших значениях критериев сходимости могут быть удалены все ребра графа.

В качестве критериев сходимости приняты критерий заполнения ограничивающей фигуры – геометрического шаблона (1) и критерий отношения суммы площадей поверхностей элементов подобласти к площади поверхности геометрического шаблона (2):

$$C_1 = \frac{\sum V_E}{V_{BF}}, \quad (1)$$

где C_1 – критерий заполняемости геометрического шаблона подобласти, $\sum V_E$ – сумма объемов элементов подобласти, V_{BF} – объем геометрического шаблона.

$$C_2 = \frac{\sum A_{ST}}{A_{BF}}, \quad (2)$$

где C_2 – критерий отношения площадей поверхности геометрического шаблона и элементов подобласти, $\sum A_{ST}$ – сумма площадей полигонов, образующих поверхность подобласти, A_{BF} – площадь поверхности геометрического шаблона.

Критерии вычисляются отдельно для каждой подобласти модели, итоговым принимается наименьшее значение. При подсчете суммы площадей поверхностей конечных элементов используются поверхности, принадлежащие только одному элементу подобласти. Использование указанных критериев обусловлено тем, что значения критериев близкие к единице являются необходимым условием при определении сходства формы подобласти и формы геометрического шаблона. Геометрический шаблон задается в соответствии с требованиями к унификации ячеистых структур и может принимать, например, форму параллелепипеда, цилиндра, сферы и др.

Пример выполнения

Работа алгоритма проверялась на модели зажимной губки, представленной на рисунке 1. Для инженерного исследования этой модели с использованием пакета SolidWorks Simulation была применена рабочая схема нагружения. В результате его проведения в конечно-элементной модели указанной детали были определены области с наименьшими значениями показателей инженерного анализа, включающие конечные элементы, в которых значения напряжения по Мизесу не превышает 10^7 Н/м². Граф, построенный на основе таких элементов, с выделением подграфов разными цветами, показан на рисунке 1, б.

Для выявления локальных максимумов было проведено тестирование работы алгоритма при практически недостижимых значениях критериев $C_1=1$ и $C_2=1$. При этом на каждой итерации проводились замеры минимальных значений критериев, на основе которых был построен график, изображенный на рисунке 2.

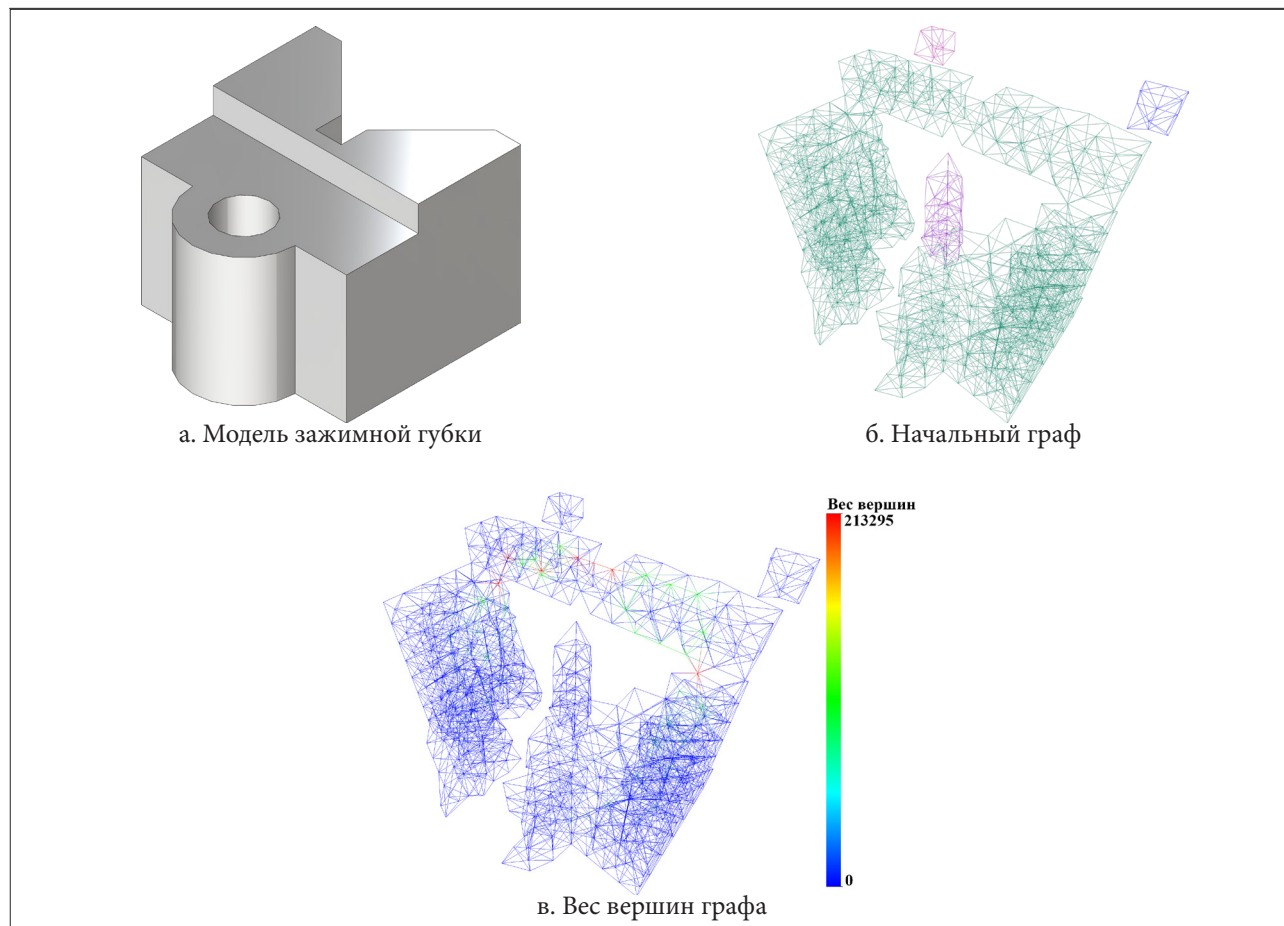


Рисунок 1. Представление областей КЭМ зажимной губки в виде графа

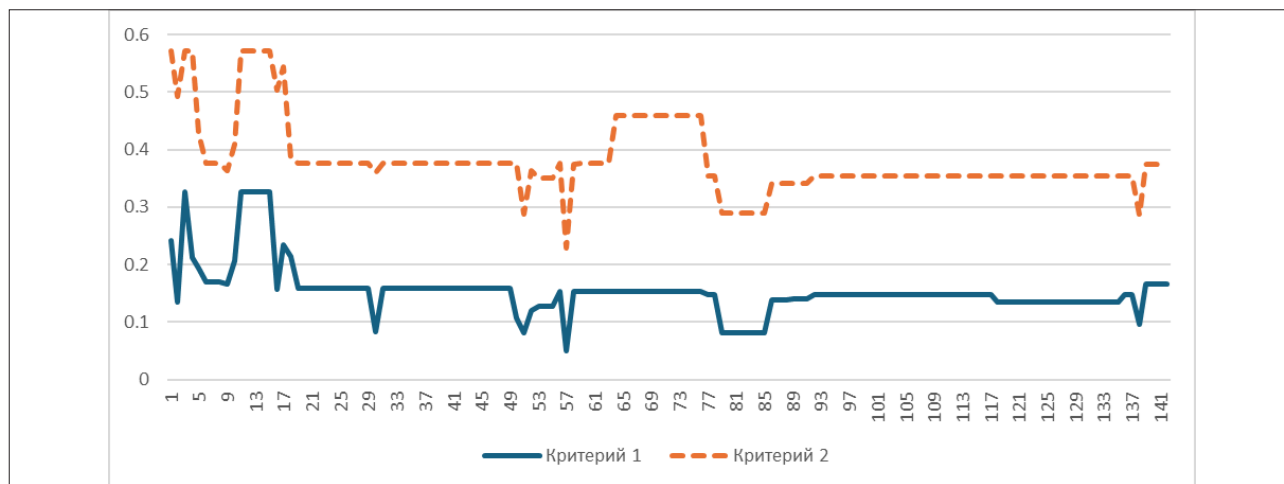


Рисунок 2. График изменения критериев

Как видно из полученного графика, имеется два глобальных максимума критериев сходимости: после второй и одиннадцатой итераций разделения. Минимальные значения критериев для них составили 0.326 и 0.571 соответственно. Исходя из алгоритма разделения, вычислительной сложности и практических наблюдений, более предпочтительным являются результаты, полученные при меньшем количестве

итераций. Изменения графа и веса вершин (указан цветом) на первых и второй итерациях алгоритма показаны на рисунке 3.

По результатам анализа работы алгоритма на различных моделях, при использовании ориентированного по осям параллелепипеда, принятого в качестве геометрического шаблона, рекомендуются следующие пороговые значения критериев: $C_1=0.3$ и $C_2=0.5$.

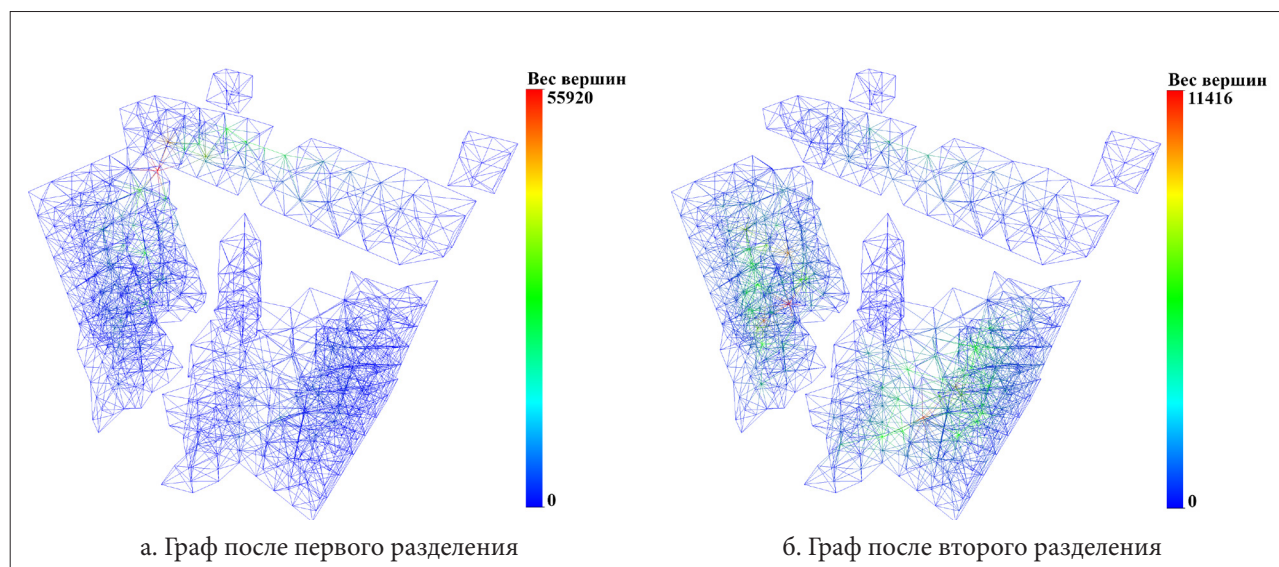


Рисунок 3. Изменения графа по итерациям алгоритма

Заключение

Предложенный алгоритм позволяет выполнять декомпозицию областей модели детали, состоящих из множества конечных элементов, выявленных в ходе инженерного анализа для интеграции ячеистых структур. Данный алгоритм показал лучшие результаты по сравнению с декомпозицией на основе алгоритмов кластеризации DBSCAN и Ланса-Уильямса, рассмотренной авторами [2].

Алгоритмом обеспечивается разделение областей КЭМ в зауженных участках. Ввиду тетраэдрной формы конечных элементов ограничивающие поверхности получаемых подобластей имеют гранную форму с многочисленными вершинами. Поэтому дальнейшие исследования по автоматизации процесса интеграции унифицированных ячеистых структур связываются с приведением полученных многогранных подобластей к поверхности заданного тела, имеющего базовую геометрическую форму.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полозков, Ю. В. Проблемы проектирования и формообразования легковесных деталей в аддитивном производстве / Ю. В. Полозков // Математические методы в технике и технологиях : сб. тр. междунар. науч. конф., Минск, 10 – 12 октября 2017 г. / редкол.: А. А. Большаков (гл. ред.) [и др.]. СПб., 2017. Т. 10. С. 61–65.
2. Ковалева, И. Л. Кластеризация подобластей для интеграции ячеистых структур в монолитные детали / И. Л. Ковалева, Д. В. Моканов, Ю. В. Полозков // Инновационные технологии, автоматизация и мехатроника в машино- и приборостроении : материалы XI международной научно-практической конференции, Минск, 5 апреля 2023 г. / редкол.: А. Р. Околов (гл. ред.) [и др.]. Мн., 2023. С. 64–65. URL: <https://rep.bntu.by/handle/data/142244> (дата обращения: 01.10. 2025).
3. Прихожий, А. А. Конкурирующие алгоритмы поиска кратчайших путей между всеми парами вершин разреженных / плотных графов: реализация и сравнение / Прихожий А. А., Карасик О. Н. // Системный анализ и прикладная информатика. 2024. № 4. С. 4–12. DOI:10.21122/2309-4923-2024-4-4-12.

REFERENCES

1. Polozkov Yu.V. Problems of design and shaping of lightweight parts in additive manufacturing. Mathematical Methods in Engineering and Technology: proceedings of the International Scientific Conference, Minsk, October 10–12, 2017. St. Petersburg; 2017. Vol. 10. pp. 61–65 (in Russian).
2. Kovaleva I.L., Makanov D.V., Polozkov Yu.V. Clustering of subdomains for the integration of cellular structures into monolithic parts. Innovative Technologies, automation and mechatronics in mechanical and instrument engineering: proceedings of the XI International scientific and practical conference, April 5, 2023. Minsk; 2023. pp. 64–65 (in Russian). Available at: <https://rep.bntu.by/handle/data/142244> (accessed 01.10.2025).
3. Prihozhy A.A., Karasik O.N. Competing all-pairs shortest paths algorithms for sparse / dense graphs: implementation and comparison. System analysis and applied information science. 2024;4:4–12 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2024-4-4-12>.

Работа выполнена в рамках НИР 5.3/21 «Разработка методов компьютерного моделирования, инженерного анализа и изготовления посредством аддитивных технологий деталей с ячеистой топологией» Государственной программы научных исследований (ГПНИ) «Цифровые и космические технологии, безопасность общества и государства», 2021–2025 годы; 5.1. Подпрограмма «Цифровые технологии и космическая информатика».

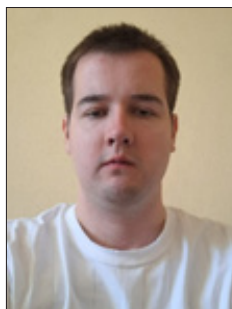
OGORODNIK I. V., POLOZKOV Yu. V.

DOMAIN DECOMPOSITION OF FINITE ELEMENT MODELS USING DIJKSTRA'S ALGORITHM

*Belarussian National Technical University,
Minsk, Republic of Belarus*

Abstract. The paper proposes an algorithm for decomposing regions of a finite element model (FEM) for the integration of unified cellular structures in the design of lightweight parts. In this algorithm, the considered FEM region is represented as a graph for the purpose of decomposition. Based on this graph, the procedure for identifying break points and the criteria for splitting FEM regions at narrowed areas are described. The use of Dijkstra's algorithm is justified for determining the weights of vertices located in constricted regions of the FEM. An example of the algorithm's operation is provided, demonstrating its applicability in the design of lightweight parts with cellular structures.

Keywords: lightweight parts, cellular structures, finite element model, FEM domain decomposition



Огородник Илья Валерьевич

Белорусский национальный технический университет (БНТУ), Минск, Республика Беларусь. Инженер кафедры «Программное обеспечение информационных систем и технологий» БНТУ. Окончил Белорусский национальный технический университет (2025). Область научных интересов: искусственный интеллект, автоматизация проектирования.

Pyia Valerievich Ogorodnik

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus.

Engineer of the Department of Software for Information systems and technologies of the Belarusian National Technical University. Graduated from the Belarusian National Technical University (2025). Research interests: artificial intelligence, design automation.

E-mail: povt@bntu.by



Полозков Юрий Владимирович

Белорусский национальный технический университет (БНТУ), Минск, Республика Беларусь. Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Программное обеспечение информационных систем и технологий» БНТУ. Научные интересы: автоматизация проектирования объектов и процессов аддитивного производства, оцифровка описаний поверхностей объектов, информационные технологии в образовании.

Yury Vladimirovich Polozkov

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus.

PhD in Engineering, Associate Professor, Head of the Department of Software for Information systems and technologies of the Belarusian National Technical University. His research interest focus on computer aided design and engineering of the objects of additive production, surfaces digitization, information technologies in the education.

E-mail: YuVPolozkov@bntu.by