

ОПЕЙКО О.Ф.

РОБАСТНЫЙ СИНТЕЗ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩЕГО РЕГУЛЯТОРА В ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОЙ СИСТЕМЕ

Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Республика Беларусь

Аннотация. Целью данной работы является совершенствование синтеза робастного управления с дискретным пропорционально-интегро-дифференцирующим (ПИД) регулятором с производной до второго порядка. Известны методы эмпирической настройки регулятора, использования экспериментальных данных об объекте и методы нечеткого управления. Проблема синтеза ПИД-регулятора остается актуальной ввиду необходимости управлять объектом с неопределенностью. Предложенный способ синтеза основан на модальном управлении в условиях устойчивости системы при бесконечном усилении в контуре. Это создает преобладание регулятора в формировании динамических свойств системы по сравнению с объектом и его возмущениями. Однако в условиях цифрового управления, учитывая дискретность во времени, линеаризованная система устойчива в ограниченном диапазоне усиления, что требует дополнительного анализа. Проанализированы свойства системы с регуляторами, где используется первая производная и две производные ($m = 1$ и $m = 2$). Получены выражения, позволяющие выполнить параметрический синтез ПИД и ПИД2 регулятора. Предложенная методика может быть развита для применения производных более высоких порядков. Результаты имитационного моделирования синтезированной системы для $m = 1$ и $m = 2$ демонстрируют эффективность управления, то есть сохранение качества динамики в условиях возмущений объекта..

Ключевые слова: система управления, ПИД-регулятор, робастный синтез, модальное управление, имитационное моделирование

Введение

Пропорционально-интегро-дифференцирующие (ПИД) регуляторы в различных модификациях [1]-[10], [13], [14] находят применение для управления технологическими объектами, динамические свойства которых содержат неопределенность и изменчивы. В [1]-[5] и других работах предложены структуры и способы экспериментальной настройки ПИД-регуляторов, и частотный метод [5], не требующие знания модели объекта. В работах [4]-[10] и многих других предложены методы синтеза дискретных ПИД-регуляторов, в том числе для управления электроприводами и для звеньев роботов [8], [9]. Для упомянутых и других применений актуальным остается управление объектом, возможно, нелинейным, произвольного порядка n с неопределенностью.

Управление по выходу линейным объектом n порядка эффективно, если сигнал управления использует информацию о производных от выходной величины до $n-1$ порядка включительно. Следовательно, ПИД-регулятор эффективно управляет линейным непрерывным объектом порядка не более второго при условии идеального дифференцирования в регуляторе.

Целью работы является синтез цифрового управления посредством ПИД m -регулятора с производными до порядка $m = 2$, что требует анализа

условий устойчивости, вывода выражений расчета параметров ПИД m -регулятора и анализа синтезированной системы на имитационной модели.

Структура системы и расчет параметров ПИД m -регулятора

Функция ПИД-регулятора выполняется микроконтроллерами (МК) либо программируемыми логическими контроллерами (ПЛК), потому есть возможность качественного расчета интеграла и производной известными методами [2], [4], [10], и считать дифференцирование идеальным. Учитывая малость периода T_s расчета управления в МК по сравнению со временем регулирования в системе, динамика системы приближается к непрерывному процессу. Это выражается приближенным равенством [12], [13]:

$$s \approx q = (z - 1)/T_s, \quad (1)$$

где $z = \exp(T_s s)$ – переменная z -преобразования, q – вспомогательная переменная, которая переводит область устойчивости на плоскости z в круговую область на комплексной плоскости q слева от мнимой оси. Условие (1) применимо в области комплексной плоскости s , где $|T_s s| < 0,2$. Тогда параметрический синтез можно выполнять для линеаризованного

объекта и непрерывного ПИД-регулятора с идеальным дифференцированием и с передаточными функциями (ПФ) $V(s)$ и $R(s)$ соответственно, $V(s) = M_p(s)/N_p(s)$, $R(s) = c_0/s + c_1 + c_2 s_2 + \dots + c_{m+1} s^{m+1}$. Уравнения системы с регулятором, описываемым переменными x_R , для управления непрерывным объектом с переменными x_p приводятся к виду:

$$\begin{aligned} x_{Rk} &= x_{Rk-1} + T_S A_R x_{R-1} + T_S B_R (y^* - y_{k-1}), \\ u_k &= C_R x_{Rk-1} + D_R (y^* - y_{k-1}), \\ \dot{x}_p &= A_p x_p + B_p u_k, y = C x_p. \end{aligned} \quad (2)$$

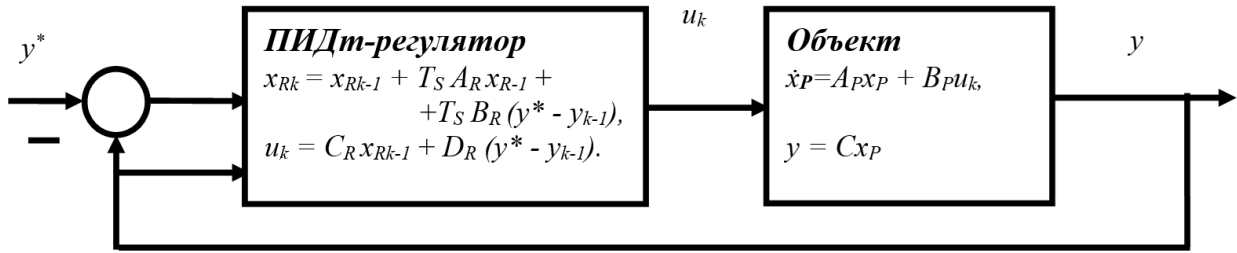


Рисунок 1. Структура системы

Здесь $M_R(s) = c_{m+1}(s^{m+1} + \bar{c}_m s^m + \dots + \bar{c}_1 s + \bar{c}_0)$, $\bar{c}_i = c_i / c_{m+1}$, ($i = 0, 1, \dots, m$). Младшие коэффициенты $a_{m+1} = b_p c_{m+1} + a_{p1}$, $a_1 = b_p c_1 + a_{p0}$, $a_0 = b_p c_0$ полинома (3) зависят от параметров регулятора. Если порядок полинома объекта $n \leq m+2$ и полином $M_R(s)$ устойчив, то система устойчива при бесконечном усилении $b_p c_2 = \infty$, при $n = m+2$ должно быть $\bar{c}_m - a_{m+2} < 0$ (условия М.В. Меерова [11]). Если коэффициент $a_{n-1} = b_p c_{m+1}$ конечен, но достаточно велик, динамические свойства системы будут определяться редуцированным полиномом $N(s) \approx \bar{N}(s) = (s^{m+1} + \dots + \bar{c}_1 s + \bar{c}_0)$, зависящим только от параметров регулятора. Параметры ПИД-регулятора можно рассчитывать по желаемым значениям корней $s_{1,2}$ вырожденного полинома $\bar{N}(s)$ так, чтобы действительная часть $-\alpha$ доминирующего корня обеспечила время t_R регулирования, $t_R = 3/\alpha$ по критерию близости процессов к апериодическим. Например, при $m = 1$, если $\bar{N}(s) = (s^2 + c_1 s + \bar{c}_0)$, и при $m = 2$, если $\bar{N}(s) = (s^3 + \bar{c}_2 s_2 + \bar{c}_1 s + \bar{c}_0)$, по желаемым значениям корней $s_{1,2}$ и $s_{1,2,3}$, где $\alpha_1 \geq \alpha \geq \omega$ рассчитываются параметры регуляторов:

$$s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega, \bar{c}_1 = 2\alpha, \bar{c}_0 = \alpha^2 + \omega^2 = r^2. \quad (4)$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega, s_3 = -\alpha_1, \bar{c}_0 = \alpha_1(\alpha^2 + \omega^2) = r^3, \bar{c}_1 = 2\alpha + \alpha_1, \bar{c}_2 = 2\alpha\alpha_1 + \alpha^2 + \omega^2. \quad (5)$$

В дискретной системе, в отличие от непрерывной, усиление $a_{m+1} = b_p c_{m+1}$ ограничено условиями устойчивости не только снизу, но и сверху. При малых $a_{m+1} \geq 0$ по крайней мере два корня имеют положительные действительные части. На рисунке 2 показана траектория одного из таких корней на плоскости переменной q . При $a_{m+1} = a_{m+1,K}$, два мнимых корня: $s_{1,2} = \pm j\omega_K$, пересекают границу устойчивости,

Сигнал управления u_k формируется микроконтроллером на каждом k -м шаге с интервалом времени T_s , в соответствии с уравнениями (2). Матрицы A_p , B_p – объекта таковы, что объект управляем (рисунок 1). При недоступности производных от x_{p1} для измерения они вычисляются в регуляторе. Характеристический полином системы примет вид:

$$\begin{aligned} N(s) &= N_R(s)N_p(s) + M_R(s)M_p(s) = \\ &= sN_p(s) + b_p c_{m+1}(s^{m+1} + \bar{c}_m s^m + \dots + \bar{c}_1 s + \bar{c}_0) = \\ &= s^{n+1} + a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0. \end{aligned} \quad (3)$$

и при $a_{m+1} > a_{m+1,K}$ система устойчива. Из полинома (3) при $m = 1$, $n = 3$ и при $m = 2$, $n = 4$ соответственно следует:

$$\omega_K^2 = \frac{\alpha_0}{(a_3 - \alpha_1)}, a_{2K} = \frac{\alpha_0}{(\alpha_1(a_3 - \alpha_1))}. \quad (6)$$

$$\omega_K^2 = \frac{a_4 \alpha_1 - \alpha_0}{a_4 - \alpha_2}, a_{3K} = \frac{(a_4 \alpha_1 - \alpha_0)^2}{((\alpha_1 \alpha_2 - 2a_4 \alpha_1)(a_4 - \alpha_2))}. \quad (7)$$

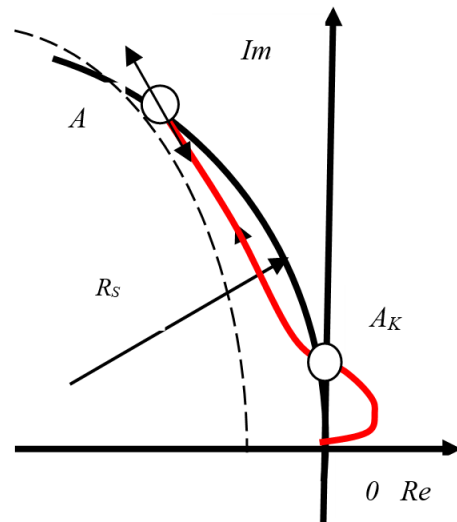


Рисунок 2. Комплексная плоскость q , A_K – область устойчивости на траектории корней

Стрелка на траектории указывает направление возрастания a_{m+1} . Выход из области устойчивости в точке A происходит с частотой $\omega_A = T_s^{-1} \arg(A)$. Таким образом, на отрезке AK – A система устойчива, и усиление a_{m+1} регулятора ограничено этим отрезком.

Выбор параметров (4), (5) предполагает большой коэффициент усиления, поэтому представляет интерес поведение системы вблизи точки A .

Анализ синтезированной системы на модели

Для объектов порядка $n = 3$ и $n = 4$ и ПИД m -регуляторов ($m = 1$ и $m = 2$) характеристический полином (3) принимает вид:

$$N_5(s) = s_4 + a_4 s_3 + a_2 (s^2 + \alpha_{1s} + \alpha_0), \quad (8)$$

$$N_5(s) = s_5 + a_4 s_4 + a_3 (s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0). \quad (9)$$

В (8) параметры равны $\alpha_1 = 2$, $\alpha_0 = 1$, $a_2 = b_p c_2$ в (9) $a_3 = b_p c_3$ и $a_2 = 3$, $\alpha_1 = 3$, $\alpha_0 = 1$.

Траектории корней на комплексной плоскости z при увеличении a_{n-1} (рисунок 3), рассчитанные для случаев: $n = 3$ и $n = 4$, получаются как результат изменения усиления b_p объекта. Траектории пересекают границу устойчивости в выделенных точках с указанными частотами колебаний в них. Доминирующие корни остаются вблизи действительной оси в области желаемого качества. На рисунках 4 и 5 показаны переходные процессы для $n = 3$ и $n = 4$ соответственно. Процессы для расчетного объекта на рисунках 4 (а), (б) и для возмущенного 4 (в), (г) (изменившийся параметр $a_2 = 20$ на границе устойчивости) удовлетворяют требованиям качества, причем в случае $a_2 = 20$ имеет место устойчивый автоколебательный режим (рисунок 4 (в)).

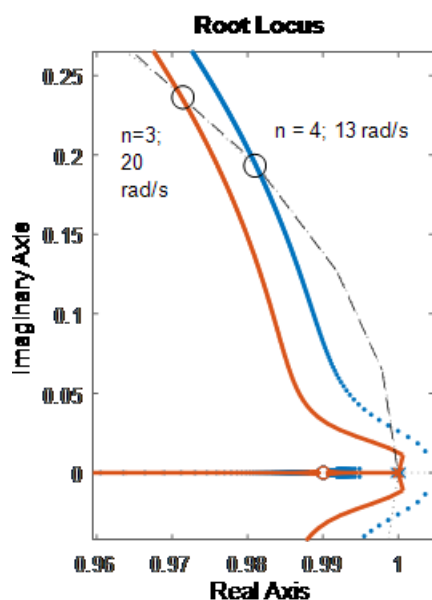


Рисунок 3. Траектории корней

На рисунках 5 (а), (б) показаны процессы в системе с ПИД2-регулятором для расчетного объекта и 5 (в), (г) – для возмущенного объекта (изменился параметр a_4).

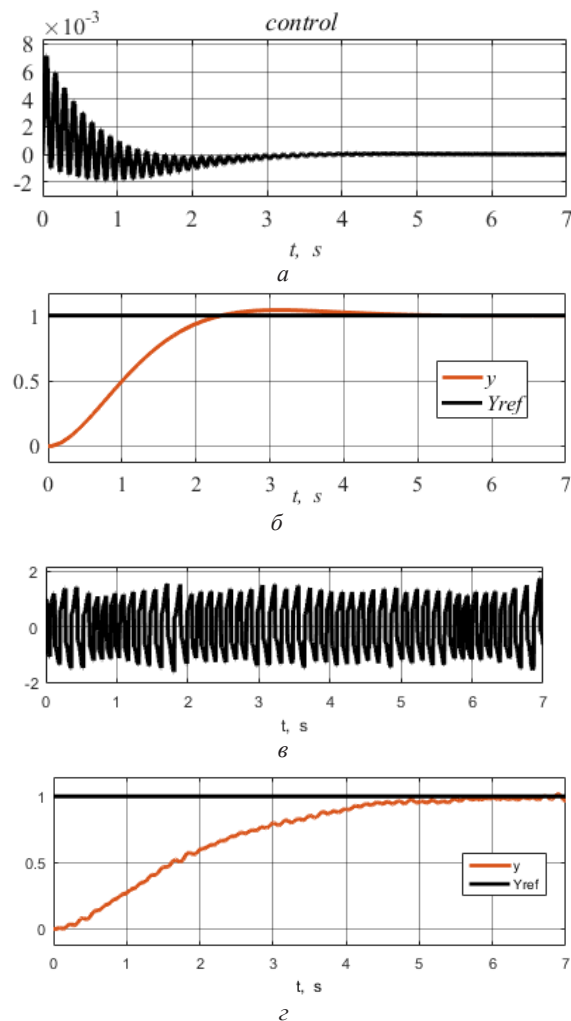
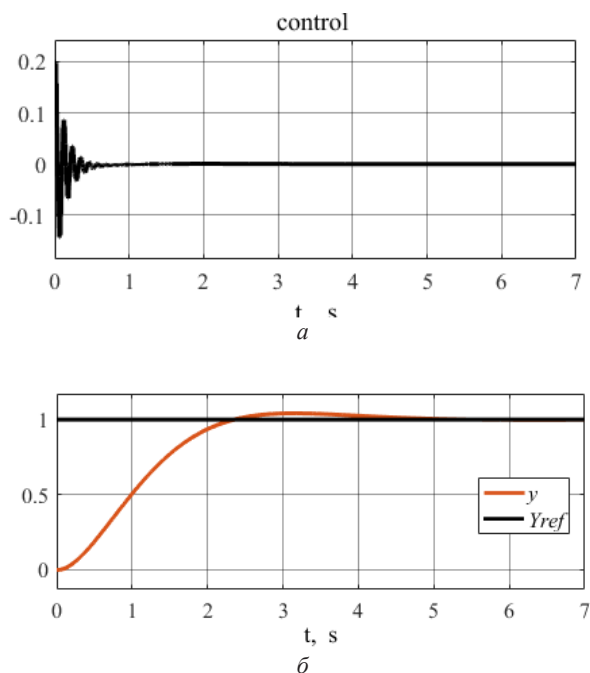


Рисунок 4. Управление (а), (б) и выходная величина (в), (г) при расчетных параметрах (а), (в) и при возмущении объекта (б), (г)



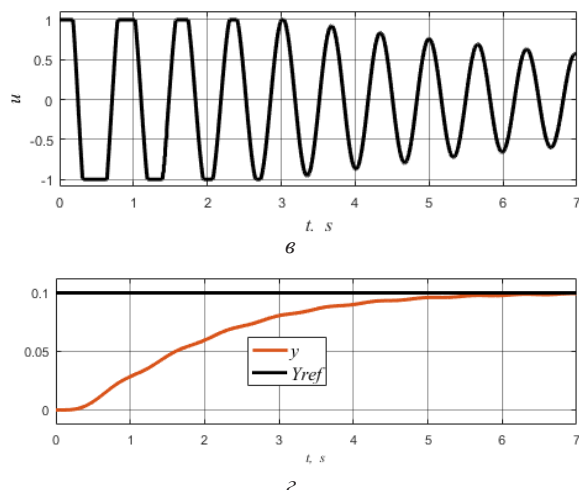


Рисунок 5. Управление (а) и выходная величина (б) при расчетных параметрах, (в), (г) - при возмущении объекта

Значение $a_4 = 15$ означает неустойчивость (рисунок 3), однако, сигнал управления ограничен по абсолютной величине, и совершаются затухающие колебания (рисунок 5 (в)).

Заключение

Предложенный метод синтеза ПИД-регулятора, основанный на выражениях (4) и (5), позволяет определить параметры c_0 , c_1 , c_2 ПИД-регулятора исходя из требуемых показателей качества, независимо от параметров объекта. Коэффициент усиления в канале управления выбирается большим в соответствии с (6) и (7). Такой ПИД m -регулятор отличается гарантированной устойчивостью и робастным качеством системы, если порядок линейной модели объекта $n \leq m + 2$.

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований (ГПНИ) по заданию:

1.3.4, НИР «Робастное интеллектуальное управление в мехатронных технических системах»

№ ГР 20212520 программы: «Цифровые и космические технологии, безопасность человека, общества и государства», подпрограммы "Цифровые технологии и космическая информатика».

ЛИТЕРАТУРА

1. Ziegler, J.G. Optimum Setting for Automatic Controllers / J.G. Ziegler, N.B. Nichols, N.Y. Rochester // Transactions of the ASME. 1942. Vol. 64. P. 759-768.
2. Astrom, K.J., Hagglund, T. Advanced PID Control / Karl J. Astrom, Tore Hagglund. ISA, 2006. 460 p.
3. O'Dwyer, A. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules / Aidan O'Dwyer. London, UK: Imperial College Press, 2003. 392 p.
4. Vukosavic, S.N. Digital Control of Electrical Drives / Slobodan N. Vukosavić. Boston: Springer, 2007. 352 p.
5. Keel, L.H. Controller Synthesis Free of Analytical Models: Three Term Controllers / L.H. Keel and S.P. Bhattacharyya // IEEE Transactions on Automatic Control. 2008. Vol. 53, no. 6. P. 1353-1369. DOI: 10.1109/TAC.2008.925810
6. Теория автоматического управления: учебное пособие / Г.Т. Кулаков [и др.]; под ред. Г.Т. Кулакова. Минск: Вышэйшая школа, 2022. 197 с.
7. Pajchrowski, T. Neural Speed Controller Trained Online by Means of Modified RPROP Algorithm / T. Pajchrowski, K. Zawirski, K. Nowopolski // IEEE Transactions on Industrial Informatics. 2015. Vol. 11, № 2. P. 560-568. DOI: 10.1109/TII.2014.2359620
8. Kulkarni, P. Tuning of a Robotic Arm using PID Controller for Robotics and Automation Industry / P. Kulkarni, O. Kulkarni and J. K. Sayyad // 2024 6th International Conference on Energy, Power and Environment (ICEPE). Shillong, India, 2024. P. 1–6. DOI: 10.1109/ICEPE63236.2024.10668952
9. Han, J. From PID to Active Disturbance Rejection Control // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2009. Vol. 56, № 3, P. 900–906. DOI: 10.1109/TIE.2008.2011621
10. Мееров, М.В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности / М.В. Мееров. Москва: Наука, 1967. 423 с.
11. Jury, E.I. Inners and Stability of Dynamic Systems. New York-London-Sydney-Toronto: John Wiley & Sons, 1974. 308 p.
12. Опейко, О.Ф. Робастный синтез дискретных ПИД регуляторов для объектов с интервальными параметрами / О. Ф. Опейко // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 374-379. DOI: 10.17587/mau.19.374-379
13. Опейко, О.Ф. Управление по выходу с пропорционально-дифференцирующим адаптивным регулятором / О.Ф. Опейко // Системный анализ и прикладная информатика. 2016. №3. С.35-39. URL: <https://rep.bntu.by/handle/data/26358>

REFERENCES

1. Ziegler JG, Nichols NB, Rochester NY. Optimum Setting for Automatic Controllers. Transactions of the ASME. 1942;64:759–768.
2. Astrom KJ, Hagglund T. Advanced PID Control. ISA; 2006. 461 p.
3. O'Dwyer A. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. London, UK: Imperial College Press; 2003. 392 p.
4. Vukosavic SN. Digital Control of Electrical Drives. Boston: Springer; 2007. 352 p.
5. Keel LH, Bhattacharyya SP. Controller Synthesis Free of Analytical Models: Three Term Controllers. IEEE Transactions on Automatic Control. 2008;53(6):1353–1369. DOI: 10.1109/TAC.2008.925810
6. Kulakov GT, Kulakov AT, Kravchenko VV, Kukhorenko AN, Vojush NV. Control system theory: handbook. Minsk: Vysheishaia shkola; 2022. 197 p. (in Russian).
7. Pajchrowski T, Zawirski K, Nowopolski K. Neural Speed Controller Trained Online by Means of Modified RPROP Algorithm. IEEE Transactions on Industrial Informatics. 2015;11(2):560–568. DOI: 10.1109/TII.2014.2359620
8. Kulkarni P, Kulkarni O, Sayyad JK. Tuning of a Robotic Arm using PID Controller for Robotics and Automation Industry. 2024 6th International Conference on Energy, Power and Environment (ICEPE). Shillong, India; 2024. pp. 1-6. DOI: 10.1109/ICEPE63236.2024.10668952
9. Han J. From PID to Active Disturbance Rejection Control. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2009;56(3):900–906. DOI: 10.1109/TIE.2008.2011621
10. Meerov MV. High precision control structure synthesis. Moscow: Nauka; 1967. 423 p. (in Russian).
11. Jury EI. Inners and Stability of Dynamic Systems. New York-London-Sydney-Toronto: John Wiley & Sons; 1974. 308 p.
12. Opeiko OF. Robust Synthesis of Discrete PID Controllers for Objects with Interval Parameters. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2018;19(6):374-379 (in Russian). DOI: 10.17587/mau.19.374-379
13. Opeiko OF. Output control with adaptive-proportional differential controller. Sistemnyi analiz i prikladnaia informatika [System analysis and applied information science]. 2016;3:35-39. (in Russian). Available at: <https://rep.bntu.by/handle/data/26358>

OPEIKO O. F.

ROBUST SYNTHESIS OF THE PROPORTIONAL INTEGRAL DIFFERENTIAL CONTROLLER FOR DISCRET-CONTINUOUS SYSTEM

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Abstract. This article is aimed to improve the robust synthesis of the discrete proportional-integral-differential (PID) controller with first and second derivatives in the control law. The PID control tuning and synthesis methods are based, in many cases, on the experimental or online information without mathematical model. Also, the fuzzy PID control is in usage. The synthesis problem of PID control still actual, because of plant uncertainty and perturbations. Then, the enhanced PID_m control with *m*-order derivatives in the control law is offered in this article. The proposal is based on the modal control with high amplification in the PID_m control channel. That provide the domination of the controller parameters in the system when plant parameters are uncertain. However, in case of the discrete (digital) control, the linear system stability is bounded by the amplification values, so the additional analysis is required. The analysis is accomplished of the system with PID controllers in cases of *m* = 1 and *m* = 2. The expressions are established for PID controllers parametrization. The developed PID parametrization can be evaluate for *m* ≥ 2. The simulation is accomplished of the systems with proposed parametrization of PID_m controllers for *m* = 1 and *m* = 2 cases. The results of the simulation show the effectiveness of the proposed technique of synthesis in conditions of plant perturbations.

Keywords: control system, robust synthesis, PID-controller, modal control, simulation

Опейко Ольга Федоровна

Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Республика Беларусь. Филиал БНТУ «Научно-исследовательский политехнический институт» (НИПИ), Отраслевая научно-исследовательская лаборатория инновационной энергетики (ОНИЛ ИЭ). Кандидат техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник.

+375-299774189

E-mail: oopeiko@bntu.by

Olga F. Opeiko

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus. ONIL Innovatsionnaya energetika. PhD of Engineering Sciences. Associate Professor. Leading Researcher.