

ВЕЛЬЧЕНКО А.А., ПАВЛЮКОВЕЦ С.А., РАДКЕВИЧ А.А.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БЕСКОЛЛЕКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ ТРЁХФАЗНОЙ ОБМОТКИ

Белорусский национальный технический университет  
г. Минск, Республика Беларусь

Разработана математическая модель, в ходе которой получены уравнения напряжения трехфазной обмотки бесколлекторного двигателя постоянного тока с постоянными магнитами, электромагнитный момент бесколлекторного двигателя постоянного тока, электромагнитная мощность, ЭДС индукции каждой обмотки, дифференциальное уравнение крутящего момента сервосистемы. На основании построенной математической модели бесколлекторного двигателя постоянного тока для конкретного двигателя с заданными параметрами проведено имитационное моделирование и получены зависимости электромеханических величин: угловой скорости ротора, электромагнитного момента, тока фазы статора и угла поворота ротора от времени. Результаты моделирования подтвердили теоретические обоснования математической модели. Полученное математическое описание бесколлекторного двигателя постоянного тока может быть применено для построения архитектуры блока управления на основе нейросетевого контроллера.

**Ключевые слова:** электродвигатель, бесколлекторный двигатель постоянного тока (БДПТ), бесщёточный двигатель, математическая модель, имитационное моделирование, электромагнитный момент, электромагнитная мощность, ЭДС индукции, трапециевидальная ЭДС, ток фазы статора

### Введение

Как электромеханическое устройство преобразования энергии электродвигатель нашел широкое применение в различных областях промышленности и экономики. Основными применяемыми типами двигателей в настоящее время являются асинхронный (АД) и синхронный (СД) двигатели переменного тока, а также двигатели постоянного тока (ДПТ). Асинхронные двигатели наиболее распространены из-за простоты конструкции и относительно низкой стоимости [1], но имеют мягкую механическую характеристику, поэтому с точки зрения высокой эффективности работы и хороших регулировочных характеристик скорости больше преимуществ имеет двигатель постоянного тока. Вместе с тем, его массовое использование ограничено необходимостью профилактического обслуживания щеточно-коллекторного узла и связанного с этим снижением срока службы из-за износа коллектора, затрудненного отвода тепла при естественном охлаждении и невысоким КПД по отношению к двигателям переменного тока, и связанные с этим экономическими эксплуатационными издержками.

Исходя из указанных преимуществ и недостатков упомянутых электродвигателей, оптимальным представляется электродвигатель, сочетающий в себе высокую эффективность работы и хорошие механические характеристики регулирования скорости, свойственные двигателям постоянного тока, и высокий КПД, характерный для асинхронных и синхронных электродвигателей. Результатом

исследований по разработке электропривода, объединяющего в себе преимущества двигателей постоянного и переменного тока и свободного от недостатков обоих стало создание вентильных двигателей в середине XX века, которые в зависимости от формы фазной ЭДС подразделяются на два типа: синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ, англ. PMSM) и бесколлекторные двигатели постоянного тока (БДПТ, англ. BLDCM) [3].

В бесколлекторном синхронном двигателе постоянного тока с постоянными магнитами роль коллектора выполняет электронный контроллер, переключаящий обмотки в зависимости от положения ротора с магнитами, определяемого датчиками Холла, подключёнными к электродвигателю. К числу преимуществ БДПТ, обусловивших его распространение в производстве транспортных средств, относят более высокие эксплуатационные характеристики по сравнению с АД, лучшую удельную мощность (мощность на килограмм массы), лучший КПД, особенно на низких оборотах и на старте, синусоидальное управление для более тихой работы, повышенную энергоэффективность, высокий пусковой момент и перегрузочную способность, длительный срок службы, не требующей обслуживания и удобное управление. При этом БДПТ требует наличия управляющего контроллера, считывающего трёхфазные токи с обмоток и преобразующего их в цифровые значения [2, 4].

Вентильные синхронные электродвигатели характеризуются самыми высокими рабочими

параметрами среди всех электродвигателей. Электронная коммутация, используемая в БДПТ, приводит к постепенному вытеснению ими обычных двигателей постоянного тока и определяет растущую популярность данного типа двигателей в перспективных направлениях науки и техники: биоинженерии, интеллектуальных системах, робототехнике, электромобилестроении и других. Исходя из этого, исследования, направленные на повышение эффективности и улучшения характеристик бесколлекторных двигателей, а также на усовершенствование систем и принципов управления вентильными двигателями и снижения их стоимости, являются приоритетным направлением учёных в области электропривода во всём мире.

За последние годы опубликован ряд научных работ по исследованию свойств и характеристик бесколлекторных двигателей постоянного тока на основании их математического моделирования. В ряде статей [1-3] проводилось исследование стабилизации частоты вращения БДПТ с использованием замкнутых контуров регулирования скорости с ПИ- и ПИД-регуляторами при помощи имитационного моделирования на основе составленных математических уравнений напряжений и электромагнитных моментов каждой фазы двигателя. Также, в работе [3] были получены выражения для расчёта противо-ЭДС для каждой обмотки и угла поворота ротора БДПТ. С использованием этих расчетов в статье [4] разработана и смоделирована система управления положением вала ротора в зависимости от трапецеидальной ЭДС обмоток. Полученная авторами [5] математическая модель низкооборотистого бесколлекторного электродвигателя позволила создать физический образец изделия и экспериментально определить амплитудно-частотную характеристику и конструктивные постоянные скорости и момента двигателя. Вопрос компьютерного моделирования БДПТ и анализ полученных данных затрагивается в работах [6, 7], где анализируются результаты верификации паспортных данных двигателя с полученными при моделировании и предлагаются методики расчета электромеханической и электромагнитной постоянных времени. Построение системы управления моментом БДПТ с адаптивной компенсацией контура тока рассмотрен в статье [8], а исследование влияния двух способов соединения обмоток фаз статора на механические характеристики рассмотрен в работе [9]. В статье [10] предложена реализация бесколлекторного двигателя постоянного тока на основе конструкции асинхронного двигателя и представлен анализ её энергетических показателей.

Из приведённого выше обзора видно, что проблема математического описания и моделирования вентиального бесколлекторного двигателя для достижения наилучших регулировочных, механических и энергетических характеристик актуальна и носит глобальный характер. Поэтому в данной статье авторами предлагается построение математической

модели БДПТ на основе матричного уравнения напряжения трёхфазной обмотки с последующим компьютерным моделированием определённой модели бесконтактного двигателя с известными параметрами.

### Построение математической модели бесколлекторного двигателя постоянного тока

Вращающийся ротор бесколлекторного двигателя постоянного тока с постоянными магнитами изготовлен из материала с постоянными магнитами, а трёхфазные обмотки статора пространственно сдвинуты на  $120^\circ$ . БДПТ с постоянными магнитами характеризуется трапецевидной ЭДС, это означает, что взаимная индуктивность между статором и ротором несинусоидальна. Достаточно трудно преобразовать трёхфазное уравнение напряжения обмоток БДПТ в уравнение в осях  $d-q$ , поскольку оно применимо к двигателю с синусоидальным распределением магнитного поля в зазорах. Однако удобно напрямую использовать исходное изменение фазы двигателя для создания математической модели и получения более точных результатов.

Для упрощения анализа сделаем следующие допущения:

1. Обмотка статора представляет собой трёхфазную обмотку с фазовым диапазоном  $60^\circ$  и соединением по схеме «звезда».
2. Не учитывается насыщение магнитной цепи в независимости от потерь на вихревые токи и гистерезис.
3. На роторе нет обмотки и постоянный магнит не действует как демпфер.

Независимо от реакции якоря, распределение магнитного поля воздушного зазора примерно прямоугольное, а ширина сдвига составляет  $120$  электрических градусов. Без учёта щелевого эффекта обмотки равномерно распределены по внутренней поверхности статора. Следовательно, уравнение напряжения трёхфазной обмотки БДПТ с постоянными магнитами можно выразить следующим образом при помощи уравнений напряжения для каждой фазы статора [3]:

$$\begin{aligned} U_A &= L_A \frac{dI_A}{dt} + I_A \cdot R_A + \varepsilon_A, \\ U_B &= L_B \frac{dI_B}{dt} + I_B \cdot R_B + \varepsilon_B, \\ U_C &= L_C \frac{dI_C}{dt} + I_C \cdot R_C + \varepsilon_C, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U_A, U_B, U_C$  – напряжение фаз статора  $A, B, C$ , В;  $L_A, L_B, L_C$  – индуктивность фаз статора  $A, B, C$ , Гн;  $I_A, I_B, I_C$  – ток фаз статора  $A, B, C$ , А;  $R_A, R_B, R_C$  – сопротивление фаз статора  $A, B, C$ , Ом;  $\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C$  – противо-ЭДС фаз статора  $A, B, C$ , В.

Так как ротор представляет собой постоянный магнит и не имеет обмотки, его конструкция не описы-

вается математической моделью. Уравнения для каждой фазы статора БДПТ можно представить в виде матрицы:

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_A & 0 & 0 \\ 0 & R_B & 0 \\ 0 & 0 & R_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_B & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_C \end{pmatrix} \cdot p \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_A \\ \varepsilon_B \\ \varepsilon_C \end{pmatrix} + U_N \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $p$  – дифференциальный оператор;  $L_{AB}, L_{AC}, L_{BA}, L_{BC}, L_{CA}, L_{CB}$  – взаимная индуктивность между каждой фазной обмоткой статора соответственно, Гн;  $U_N$  – напряжение нейтральной точки, В.

Поскольку ротор является постоянным магнитом, то, пренебрегая его магнитосопротивлением, можно считать, что собственная индуктивность фазной обмотки статора постоянна, и взаимная индуктивность между трехфазными обмотками также постоянна, две из которых не зависят от положения ротора.

Далее, предположим, что три фазы БДПТ полностью симметричны:

$$L_A = L_B = L_C = L_S; R_A = R_B = R_C = R; L_{AB} = L_{AC} = L_{BA} = L_{BC} = L_{CA} = L_{CB} = M.$$

Поскольку обмотка статора БДПТ трехфазная и Y-образная, и нет вывода нейтрали, уравнения токов будут равными:

$$I_A = I_B = I_C = 0 \quad (3)$$

и с учётом симметрии фаз уравнение (3) можно представить в виде

$$M \cdot I_B + M \cdot I_C = -M \cdot I_A. \quad (4)$$

Тогда, матричное уравнение состояния (2) примет следующий вид:

$$p \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_S - M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_S - M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_S - M} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \varepsilon_A \\ \varepsilon_B \\ \varepsilon_C \end{pmatrix} - U_N \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Следовательно, электромагнитный момент БДПТ с постоянными магнитами можно определить по формуле:

$$M_{\text{ЭМ}} = \frac{P_n}{\omega} \cdot (\varepsilon_A \cdot I_A + \varepsilon_B \cdot I_B + \varepsilon_C \cdot I_C), \quad (6)$$

где  $\omega$  – угловая скорость БДПТ, рад/с;  $p_n$  – число полюсов БДПТ.

Чтобы генерировать постоянный электромагнитный момент, ток статора должен быть прямоугольным, а обратный потенциал – трапецеидальным. В каждом полупериоде угол отклонения тока прямоугольной формы составляет  $120^\circ$ , а верхняя часть обратного потенциала трапецеидального ЭДС также должна быть  $120^\circ$ . Оба потенциала должны быть строго синхронизированы. В каждый момент времени подключены только две фазы обмотки статора, и каждая фаза тока и противо-ЭДС равны. Тогда электромагнитная мощность равна:

$$P_{\text{ЭМ}} = \varepsilon_A \cdot I_A + \varepsilon_B \cdot I_B + \varepsilon_C \cdot I_C = 2\varepsilon_{\text{ЭМ}} \cdot I_{\text{ЭМ}}. \quad (7)$$

Таким образом, получается электромагнитный момент окончательно равен:

$$M_{\text{ЭМ}} = p_n \cdot \frac{P_{\text{ЭМ}}}{\omega} = 2 \cdot p_n \cdot \frac{\varepsilon_{\text{ЭМ}} \cdot I_{\text{ЭМ}}}{\omega}, \quad (8)$$

где  $\varepsilon_{\text{ЭМ}}$  – амплитуда противо-ЭДС каждой фазной обмотки статора, В;  $I_{\text{ЭМ}}$  – амплитуда фазного тока каждой фазной обмотки статора, А.

Во время подачи питания проводник БДПТ находится в том же магнитном поле, а ЭДС индукции каждой обмотки составляет:

$$E_M = \Phi_M \cdot n \cdot \frac{p_n \cdot N}{60}, \quad (9)$$

где  $\Phi_M$  – первичный магнитный поток в обмотках статора, Вб;  $n$  – частота вращения двигателя, об/мин;  $N$  – общее количество проводников обмотки статора.

Зависимости между скоростью вращения двигателя и противо-ЭДС каждой фазы статора выражаются уравнениями [5]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_A &= K_\omega \cdot \omega \cdot F(\alpha), \\ \varepsilon_B &= K_\omega \cdot \omega \cdot F(\alpha - 120^\circ), \\ \varepsilon_C &= K_\omega \cdot \omega \cdot F(\alpha + 120^\circ), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $K_\omega$  – конструктивная постоянная двигателя, В·с/рад;  $\omega$  – скорость вращения электродвигателя, рад/с;  $F(\alpha)$  – синусоидальная зависимость противо-ЭДС и момента от углового положения ротора двигателя;  $\alpha$  – электрический угол, град.

С учетом формулы (9) выражение (8) примет вид:

$$M_{\text{ЭМ}} = \Phi_M \cdot \frac{p_n \cdot N}{\pi} \cdot I_{\text{ЭМ}} \quad (11)$$

Можно видеть, что выражение электромагнитного момента БДПТ такое же, как и у обычного двигателя постоянного тока [10], а величина электромагнитного момента пропорциональна амплитуде тока, поэтому крутящий момент БДПТ можно контролировать, управляя амплитудой выходного прямоугольного тока инвертора. Дифференциальное уравнение крутящего момента сервосистемы имеет вид:

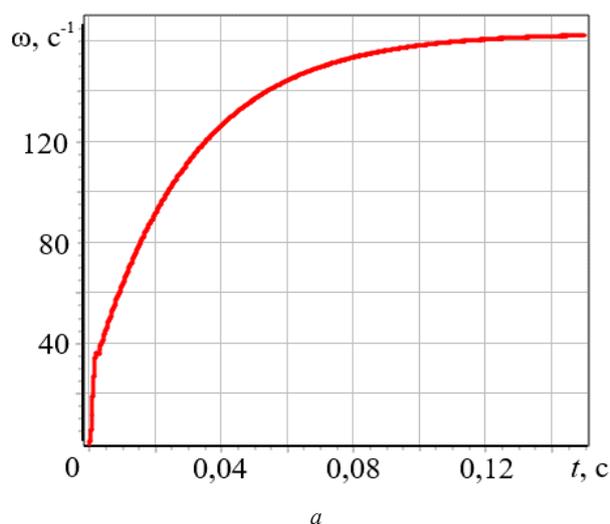
$$J\Theta_r + B\Theta_r + M_C = M_{\text{ЭМ}}, \quad (12)$$

где  $\Theta_r$  – угловое перемещение ротора, рад;  $J$  – момента инерции двигателя, кг·м<sup>2</sup>;  $B$  – коэффициент трения;  $M_C$  – момент статический двигателя, Н·м;  $M_{\text{ЭМ}}$  – электромагнитный момент двигателя, Н·м.  $M_{\text{ЭМ}}$  пропорционален амплитуде тока, поэтому, управляя амплитудой выходного прямоугольного тока инвертора, можно управлять крутящим моментом БДПТ.

Зависимость момента от тока каждой фазы определяется выражениями [5]:

$$\begin{aligned} M_A &= K_M \cdot I_A \cdot F(\alpha), \\ M_B &= K_M \cdot I_B \cdot F(\alpha - 120^\circ), \\ M_C &= K_M \cdot I_C \cdot F(\alpha + 120^\circ), \\ M &= M_A + M_B + M_C, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $M_C$  – момент, создаваемый фазами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , Н·м;  $K_M$  – конструктивная постоянная, Н·м/А;  $M$  – суммарный момент, создаваемый электродвигателем, Н·м.



## Компьютерное моделирование бесколлекторного двигателя постоянного тока

В соответствии с вышеприведенным анализом была построена имитационная модель для исследования динамических характеристик с использованием паспортных данных конкретного двигателя, приведенных в таблице.

Таблица

Технические данные моделируемого БДПТ

Наименование параметра, размерность	Значение
Номинальное фазное напряжение двигателя $U_{\phi}$ , В	220
Номинальный ток статора $I$ , А	136
Номинальная частота вращения $n$ , об/мин	1550
Конструктивная постоянная двигателя, $C_E$ , В·с/рад	0,132
Сопrotивление цепи ротора $R_2$ , Ом	0,5
Индуктивность цепи статора $L_1$ , Гн	$68 \cdot 10^{-6}$
Потокоцепление ротора $\Psi_2$ , Вб	0,0093
Постоянная времени $T_M$ , с	0,18
Коэффициент перегрузки по току $\lambda$	1,5
Число пар полюсов $p_n$	2
Коэффициент усиления преобразователя $K_S$	40

Результаты моделирования БДПТ в программном пакете моделирования нелинейных динамических систем SimInTech с приведенными в таблице 1 параметрами показаны на графиках рисунков 1 и 2.

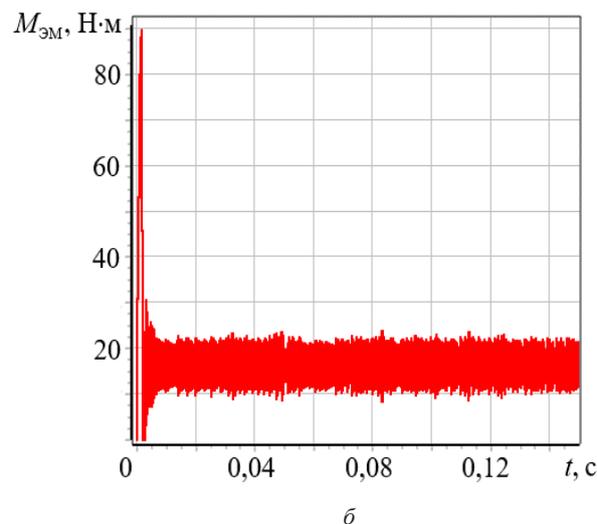


Рисунок 1. Графики зависимости электромеханических величин моделируемого БДПТ от времени: а) угловой скорости ротора  $\omega = f(t)$ ; б) электромагнитного момента двигателя  $M_{\text{ЭМ}} = f(t)$

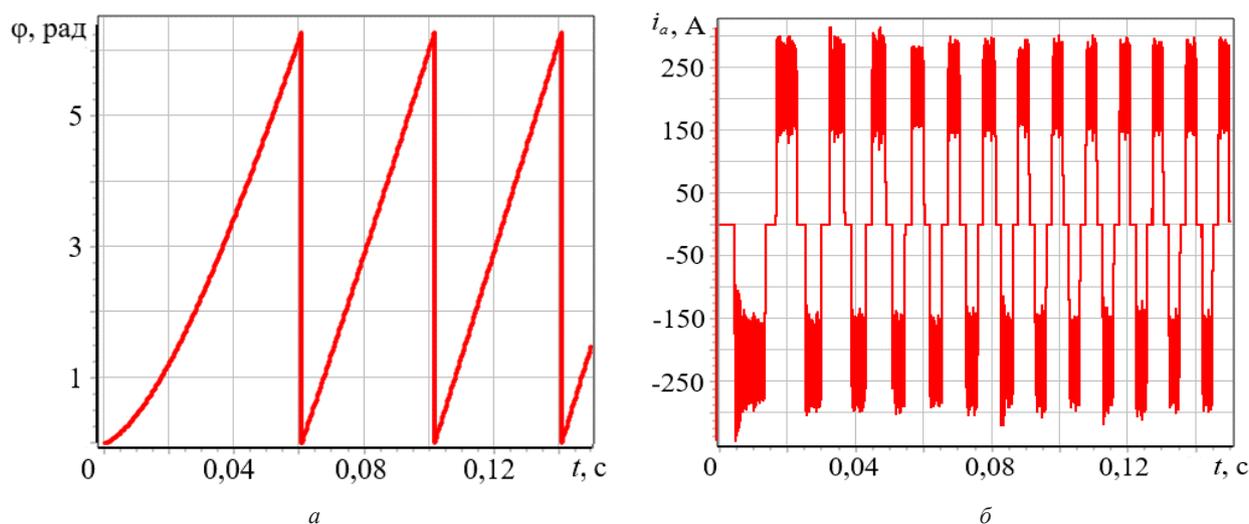


Рисунок 2. Графики зависимости electromеханических величин моделируемого БДПТ от времени:  
 а) угла поворота ротора  $\varphi = f(t)$ ; б) тока фазы статора А  $I_A = f(t)$

При моделировании БДПТ подключен к источнику постоянного напряжения через автономный инвертор, состоящий из 6 транзисторных ключей. ШИМ модуляция с периодом 15 мкс и частотой 7 кГц формирует сигналы коммутации обмоток статора.

На полученных зависимостях (рисунок 1) смоделированного БДПТ видно, что двигатель достигает своей номинальной угловой скорости 162,2 рад/с за 0,14 с, электромагнитный момент отмечен пульсациями и шумами, и имеет среднее значение в пределах 15 Н·м. Как показано на рисунке 2, за время разгона БДПТ, его ротор совершил 3 полных оборота, первый из которых произошёл за 0,06 с, последующие – за 0,04 с. Ток фазы статора А идентичен токам, протекающим в двух других фазах статора В и С и повторяет форму трапецеидальной ЭДС с амплитудой в 250 А. Электронная коммутация обмоток фаз статора накладывает отпечаток на формирование кривых фазного тока.

### Заключение

Разработанная математическая модель бесколлекторного двигателя постоянного тока с постоянными магнитами на основе уравнения напряжения

трехфазной обмотки позволила получить выражения электромагнитного момента БДПТ, электромагнитную мощность, ЭДС индукции каждой обмотки, дифференциальное уравнение крутящего момента сервосистемы. Полученные выражения электромагнитного момента позволяют контролировать крутящийся момент бесколлекторного двигателя постоянного тока путем управления амплитудой выходного прямоугольного тока инвертора.

Анализ графиков, полученных в результате компьютерного моделирования БДПТ с заданными параметрами в среде *SimInTech* подтвердил математические закономерности и выводы, полученные при построении математической модели. При этом необходимо отметить, что достижение лучших, чем при прямом пуске характеристик двигателя возможно при построении системы подчинённого регулирования контуров тока и скорости.

Полученные выражения математической модели можно использовать для разработки архитектуры блока управления бесколлекторного двигателя постоянного тока на основе нейронной сети и построения нейросетевого контроллера с ПИД-регулированием, что будет рассмотрено авторами в дальнейших исследованиях.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Mouliswararao, R.** Mathematical Modeling of Brushless DC Motor and its Speed Control using Pi Controller / R. Mouliswararao, K. Bhaskararao, Ch. Prasad. // International journal of engineering research and technology (IJERT). Vol. 08, Issue 05 (May 2019). – 2019. – P. 880-883. DOI: 10.17577/IJERTV8IS05044
2. **Schagin, A.V.** Development of Speed Control System for BLDC Motor with Power Factor Correction / A.V. Schagin, D.T. Nguyen // 2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIcon Rus), St. Petersburg and Moscow, Russia. – 2020. – P. 2411-2414. DOI: 10.1109/EIcon Rus49466.2020.9038981
3. **Purnalal, M.** Development of mathematical model and speed control of BLDC motor / M. Purnalal, T.K. Sunil kumar // International Journal of Electrical and Electronics Engineers IJEEE, Volume 07, Issue 01, Jan- June 2015. – 2015. – P. 271-280.

4. **Obulesh, Y.** Mathematical modeling of bldc motor with closed loop speed control using pid controller under various loading conditions. / Obulesh, Y., Ch, Sai Babu, A., Purna Chandra Rao // *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*. Vol. 7 (10). October, 2012. – 2012. – P. 1321-1328.
5. **Прошутинский Д.А.** Разработка математической модели привода на основе низкооборотистого бесколлекторного электродвигателя. Политехнический молодежный журнал. – 2020. – № 05(46). DOI: 10.18698/2541-8009-2020-05-60
6. **Аль Махтури, Ф.Ш.** Верификация математической модели бесконтактного двигателя постоянного тока в Simulink с использованием паспортных и экспериментальных данных. / Ф. Ш. Аль Махтури, Д. В. Самохвалов. // Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям: СПбГЭТУ ЛЭТИ. – 2019. – Т. 1. – С. 304-306.
7. **Гаврилов С.В.** Управление электроприводом на основе бесколлекторного двигателя с постоянными магнитами / С.В. Гаврилов, Д.Т. Занг, Н.Д. Тхань // *Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ*. – 2016. – № 8. – С. 53-62.
8. **Абузяров Т.Х.** [и др.] Разработка модели систем высококачественного бесколлекторного электропривода постоянного тока // *Вестник Ивановского государственного энергетического университета*. – 2020. – № 1. – С. 31-45.
9. **Радимов И.Н.** [и др.] Исследования вентильного двигателя с внутренними постоянными магнитами при двух способах соединения фаз обмотки статора // *Электротехника и электромеханика*. – 2010. – № 6. – С. 35-38.
10. **Фираго Б.И.** Реализация бесконтактного двигателя постоянного тока с ферритовыми магнитами на основе конструкции асинхронного двигателя / Б.И. Фираго, А.Г. Гульков, Л. Павлячик // *Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ*. 2001; (1). – С. 39-51. DOI: 10.21122/1029-7448-2001-0-1-39-51
11. **Фираго Б.И.** К вопросу векторного управления асинхронными двигателями / Б.И. Фираго, Д.С. Васильев // *Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ*. – 2015. – № 5. – С. 5-16.

## REFERENCES

1. **Mouliswararao, R.** Mathematical modeling of brushless DC motor and its speed control using PI controller / R. Mouliswararao, K. Bhaskararao, Ch. Prasad // *International journal of engineering research and technology (IJERT)*. Vol. 08, Issue 05 (May 2019). – 2019. – Pp. 880-883. DOI: 10.17577/IJERTV8IS05044
2. **Schagin, A.V.** Development of speed control system for BLDC motor with power factor correction. / A.V. Schagin, D.T. Nguyen // *2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*, St. Petersburg and Moscow, Russia. – 2020. – Pp. 2411-2414. DOI: 10.1109/EIConRus49466.2020.9038981
3. **Purnalal, M.** Development of mathematical model and speed control of BLDC motor / M. Purnalal, T.K. Sunil kumar. // *International Journal of Electrical and Electronics Engineers IJEEE*, Vol. 07, Iss. 01, Jan- June 2015. – 2015. – Pp. 271-280.
4. **Obulesh, Y.** Mathematical modeling of BLDC motor with closed loop speed control using PID controller under various loading conditions / Obulesh, Y., Ch, Sai Babu, A., Purna Chandra Rao // *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*. Vol. 7 (10). October, 2012. – 2012. – Pp. 1321-1328.
5. Proshutinsky D.A. Development of a mathematical model of a drive based on a low-speed brushless electric motor. *Polytechnic youth magazine*. – 2020, No. 05(46). DOI: 10.18698/2541-8009-2020-05-60
6. **Al Mahturi, F.Sh.** Verification of the mathematical model of a contactless DC motor in Simulink using passport and experimental data / F.Sh. Al Makhturi, D.V. Samokhvalov // *International conference on soft computing and measurements: St. Petersburg State Electrotechnical University LETI*. – 2019. – Vol. 1. – Pp. 304-306.
7. Gavrilov S.V. Control of an electric drive based on a brushless motor with permanent magnets / S.V. Gavrilov, D.T. Zang, N.D. Than // *Proceedings of St. Petersburg State Electrotechnical University LETI*. – 2016. – No. 8. – Pp. 53-62.
8. **Abuzyarov T.Kh.** [et al.] Development of a model of high-quality brushless DC electric drive systems // *Bulletin of the Ivanovo State Energy University*. – 2020. – No. 1. – Pp. 31-45.
9. **Radimov I.N.** [et al.] Research of a switched-type motor with internal permanent magnets using two methods of connecting the phases of the stator winding // *Electrical engineering and electromechanics*. – 2010. – No. 6. – Pp. 35-38.
10. **Firago B.I.** Implementation of a contactless DC motor with ferrite magnets based on the design of an induction motor. / B.I. Firago, A.G. Gulkov, L. Pavlyachik // *Energy. News of higher educational institutions and energy associations of the CIS*. 2001; (1). – 2001. – Pp. 39-51. DOI: 10.21122/1029-7448-2001-0-1-39-51
11. **Firago B.I.** On the issue of vector control of asynchronous motors / B.I. Firago, D.S. Vasiliev // *Energy. News of higher educational institutions and energy associations of the CIS*. – 2015. – No. 5. – Pp. 5-16.

VELCHENKO A.A., PAULIUKAVETS S.A., RADKEVICH A.A.

## MATHEMATICAL MODEL OF BRUSHERLESS DC MOTOR BASED ON THE VOLTAGE EQUATION OF A THREE-PHASE WINDING

Belarusian National Technical University  
Minsk, Republic of Belarus

*A mathematical model was developed, during which the voltage equations of the three-phase winding of a brushless DC motor with permanent magnets, the electromagnetic torque of a brushless DC motor, electromagnetic power, the induced emf of each winding, and the differential torque equation of the servo system were obtained. Based on the constructed mathematical model of the BLDC for a specific motor with given parameters, simulation modeling was carried out and the dependences of electromechanical quantities were obtained: angular velocity of the rotor, electromagnetic torque, stator phase current and rotor rotation angle on time. The simulation results confirmed the theoretical justification of the mathematical model. The resulting mathematical description of the BLDC can be used to build the architecture of a control unit based on a neural network controller.*

**Keywords:** electric motor, brushless DC motor (BLDC), brushless motor, mathematical model, simulation modeling, electromagnetic torque, electromagnetic power, induced emf, trapezoidal emf, stator phase current



**Вельченко Анна Александровна**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с разработкой и исследованием нейросетевых регуляторов для электропривода в мобильной робототехнике и солнечной энергетике.

**Anna A. Velchenko** is a PhD, associate professor, associate professor the Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes department. The area of scientific interests is related to the development and research of neural network controllers for electric drives in mobile robotics and solar energy.

**E-mail:** eapu@bntu.by



**Павлюковец Сергей Анатольевич**, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с разработкой методов и алгоритмов управления мобильными роботами.

**Sjarhei A. Pauliukavets** is a PhD, associate professor, associate professor the Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes department of the Belarusian National Technical University. The area of scientific interests is related to the development of methods and algorithms for controlling mobile robots.

**E-mail:** sap@bntu.by



**Радкевич Артём Андреевич**, магистрант кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с применением нейросетевых технологий управления электроприводами в мобильной робототехнике.

**Artsiom A. Radkevich** is a master student of the Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes department of the Belarusian National Technical University. The area of scientific interests is related to neural network control of electric drives in wheeled mobile robotics.

**E-mail:** eapu@bntu.by