УДК 629.7+531.383

А. А. ЛОБАТЫЙ, А. С. РАДКЕВИЧ

ПОШАГОВАЯ НЕЧЕТКАЯ КОРРЕКЦИЯ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

Белорусский национальный технический университет

Рассматривается задача оценивания информации, содержащейся в случайных сигналах, поступающих от различных источников – измерителей. При этом предполагается, что измерители являются дискретными и описываются, как и исходный оцениваемый процесс, дискретной математической моделью в виде разностных уравнений. В качестве алгоритма оценивания рассматривается дискретный фильтр Калмана, который в общем случае при неадекватности математических моделей реальным процессам может давать искаженную информацию. Для повышения точности оценивания предлагается применять комплексирование всех возможных измерителей с введение дополнительной априорной информации с помощью системы нечеткой логики. При этом переход от полученных расчетным путем вероятностных характеристик оцениваемого процесса к функциям принадлежности нечеткой логики предлагается производить на основе выходных параметров фильтра Калмана с помощью нормировки апостериорной плотности вероятности. Данный подход позволяет повысить точность оценивания, так как учитывает дополнительную информацию и комплексную её обработку.

Ключевые слова: *дискретный процесс, оценивание, плотность вероятности, функция принадлежности, нечеткая логика.*

Введение

Развитие систем автоматического управления в настоящее время характеризуется разработкой методов и алгоритмов, учитывающих различного вида неопределенности в получении и обработке информации об управляющих сигналах. Так как синтез сложных систем управления производится на основе их математических моделей, то эти неопределенности в стохастических системах формализуются в виде случайных воздействий на входы и параметры системы [1, 2].

В настоящее время всё большее распространение получил подход, основанный на представлении неопределенностей, присутствующих в математических моделях, на основе теории нечеткой математики (нечетких множеств, нечеткой логики) [3]. Данный подход имеет свои достоинства, связанные с упрощением способа формализации поставленной задачи исследования объекта. Представление объекта исследования с помощью стохастических уравнений дает возможность исследовать динамические свойства объекта. В то же время системы нечеткой логики позволяют при решении не формализуемой задачи использовать в том числе и априорный опыт эксперта. Оба подхода основаны на использовании современных информационных технологий и дополняют друг друга, так как каждый и них используется в зависимости от конкретной постановки задачи.

Одной из основных задач синтеза систем управления является задача оптимального оценивания (фильтрации) управляющего сигнала. Широкое распространение при решении данной задачи получила так называемая теория калмановской фильтрации [4, 5], в основе которой лежит предположение о том, что известна математическая модель оцениваемого процесса и известна математическая модель измерителя этого процесса. В общем случае при наличии математической модели исследуемого объекта (системы) в виде векторно-матричных стохастических дифференциальных уравнений для процесса и его измерителя при заданном критерии качества оценивания в виде минимума среднего квадрата ошибки оценивания, путем математических преобразований можно получить векторно-матричное уравнение для оптимальной оценки процесса (фильтр Калмана). В некоторых случаях в качестве критерия оптимальности рассматривается максимум апостериорной вероятности оцениваемого процесса. Как показано в [6], при использовании гауссовой аппроксимации апостериорной плотности вероятности задача оптимальной фильтрации при линейной постановке также сводится к классическому фильтру Калмана.

Решение задачи оценивания

В ряде практических задач синтеза технических систем рассматриваются случайные процессы, измеряемые и оцениваемые в дискретные моменты времени. Это имеет место в том случае, когда используемые измеритель и вычислители являются дискретными, то есть информация в них квантована. Так как квантованием по уровню как правило пренебрегают в силу сложности его учета и отсутствием необходимости, то математическая модель системы рассматривается как дискретная импульсная, описываемая векторно-матричными рекуррентными (разностными) выражениями вида [4, 5]:

$$Y(k+1) = A(k)Y(k) + N(k)U(k) + F(k)\xi(k)\,, \quad (1)$$

$$k = 0, 1, 2, ...;\; Y(0) = Y_0;$$

где $Y(k)$ – n-мерный вектор; $\text{о}(k)$ – дискретный гауссов центрированный белый шум с матрицей дисперсий $G(k)$; $U(k)$ – детерминированная последовательность (управляющее воздействие); $A(k)$, $N(k)$, $F(k)$ – заданные (известные) матрицы коэффициентов.

В дискретные моменты времени t_K наблюдается (безынерционно измеряется) вектор $Z(k)$, который в общем случае m-мерный, где $m \le n$.

$$Z(k+1) = C(k+1)Y(k+1) + \zeta(k+1)\,, \quad (2)$$

где $\zeta(k)$ – вектор дискретного белого шума с дисперсионной матрицей

$$M\left[\zeta(h)\zeta^T(k)\right] = Q(k)\delta_{hk}\,, \quad (3)$$

где δ_{hk} – символ Кронекера.

Случайные последовательности $\xi(k)$ и $\zeta(k+1)$ для упрощения задачи в классической постановке принимаются между собой не коррелированными. Начальные условия процесса $Y(k)$ считаются гауссовыми.

Структурная схема дискретного объекта управления (входного сигнала) и измерителя изображена на рис. 1.

Задача состоит в определении наилучшей оптимальной апостериорной оценки $\hat{Y}(k)$ в смысле минимума среднеквадратичной ошибки, которая имеет вид

$$M\left[\left(\hat{Y}(k) - Y(k)\right)^T \left(\hat{Y}(k) - Y(k)\right)\right] \to \min\,. \quad (4)$$

Имеет место известная задача фильтрации (оценивания). В то же время с другой стороны эта задача может формулироваться как определение оптимальной структуры системы, обеспечивающей минимум ошибки выходного сигнала.

Для модели случайного процесса (1) и измерителя (2) аналитически получен алгоритм линейного фильтра, состоящей из рекуррентных уравнений [4, 5] (фильтр Калмана приведён без вывода):

$$\hat{Y}(k+1) = \hat{Y}'(k+1) + \\ + B(k+1)\left[Z(k+1) - C(k+1)\hat{Y}'(k+1)\right], \quad (5)$$

где

$$\hat{Y}'(k+1) = A(k)\hat{Y}(k) + N(k)U(k)\,. \quad (6)$$

$\hat{Y}'(k+1) = \hat{Y}(k+1\,|\,k))$ – одношаговое предсказание $\hat{Y}(k)$.

Формулы для матрицы $B(k+1)$ и рекуррентных уравнений корреляционной матрицы ошибки при этом имеют вид

$$B(k+1) = R(k+1)C(k+1)Q^{-1}(k+1); \quad (7)$$

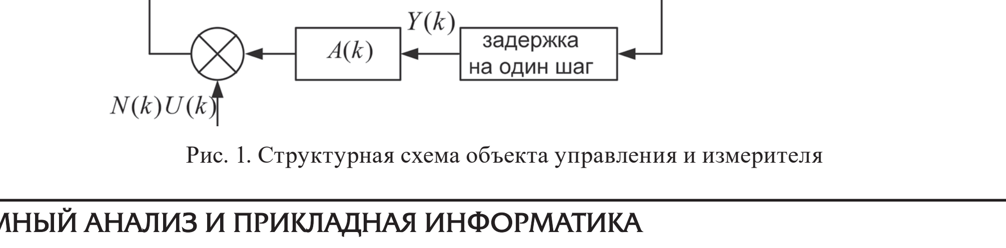

Рис. 1. Структурная схема объекта управления и измерителя

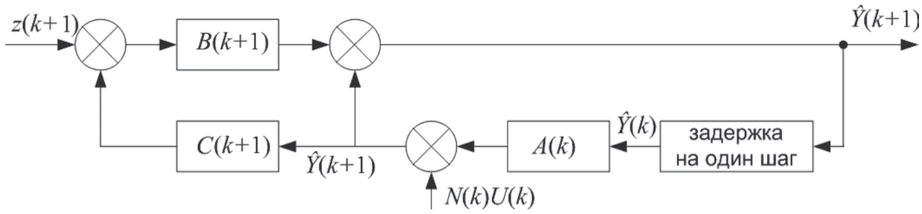

Рис. 2. Структурная схема оптимальной системы

$$R(k+1) = R'(k+1) - R'(k+1)C^T(k+1) \times$$
$$\times \left\{ C(k+1)R'(k+1)C^T(k+1) + Q(k+1) \right\}^{-1} \times \quad (8)$$
$$\times C(k+1)R'(k+1);$$

$$R'(k+1) = A(k)R(k)A^T(k) + F(k)G(k)F^T(k). \quad (9)$$

где $R'(k+1) = R(k+1|k)$ – одношаговое предсказание матрицы ошибки, которая имеет вид:

$$R(k) = M\left[e(k)e^T(k) \right], \quad (10)$$

где $e(k) = \hat{Y}(k) - Y(k)$ – ошибка оценки.

Рекуррентному алгоритму (6) – (10) соответствует структурная схема оптимальной системы (рис. 2).

Таким образом, приведённые уравнения описывают алгоритм оптимального оценивания, а также оптимальную структурную схему системы оценивания.

Заметим, что алгоритм реализации фильтра Калмана в виде выражений (6)–(9) представляет собой уравнения (рекуррентные выражения) для апостериорных вероятностных моментов дискретного случайного процесса $Y(k)$ с учетом измерений $Z(k)$ и являются двухмоментной аппроксимацией апостериорной плотности вероятности $f(Y,k) = f(Y\,|\,Z,k)$.

При естественном допущении о том, что плотность вероятности распределения дискретного процесса (случайной последовательности) $Y(k)$ гауссова, то этого вполне достаточно для определения n-мерной плотности вероятности $f(Y,k)$, которая имеет вид [1]

$$f(Y,k) = f(y_1, y_2, ..., y_n, k) =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2^n \pi^n \Delta(k)}} \exp\left[\frac{\Delta^*(k)}{2\Delta(k)} \right], \quad (11)$$

где $\Delta(k)$ – определитель матрицы $R_y(k)$.

$$\Delta(k) = \begin{vmatrix} R_{11}(k) & R_{12}(k) & ... & R_{1n}(k) \\ R_{21}(k) & R_{22}(k) & ... & R_{2n}(k) \\ ... & ... & ... & ... \\ R_{n1}(k) & R_{n2}(k) & ... & R_{nn}(k) \end{vmatrix}, \quad (12)$$

$\Delta^*(k)$ – окаймленный определитель, получаемый из $\Delta(t)$ путем приписывания одного (n + 1) столбца и (n + 1) строки, состоящих из членов $y_1 - m_{y1}$, $y_2 - m_{y2}$, ..., $y_n - m_{yn}$, 0.

$$\Delta^*(k) = \begin{vmatrix} R_{11}(k) & R_{12}(k) & ... & R_{1n}(k) & y_1(k) - m_{y1}(k) \\ R_{21}(k) & R_{22}(k) & ... & R_{2n}(k) & y_1(k) - m_{y2}(k) \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ R_{n1}(k) & R_{n2}(k) & ... & R_{nn}(k) & y_1(k) - m_{yn}(k) \\ y_1(k) - m_{y1}(k) & y_1(k) - m_{y2}(k) & ... & y_1(k) - m_{yn}(k) & 0 \end{vmatrix}. \quad (13)$$

В данном случае вектор апостериорных математических ожиданий дискретной случайной последовательности $Y(k)$ имеет вид

$$m_y(k) = [m_{y1}(k), m_{y2}(k), ..., m_{yn}(k)]^T =$$
$$= \hat{Y}(k) = [\hat{y}_1(k), \hat{y}_2(k), ..., \hat{y}_n(k)]^T.$$

С учетом того, что мы имеем апостериорные вероятностные моменты вектора $Y(k)$, переход от плотности вероятности $f(Y,\ k)$ = $= f(Y\,|\,Z,k) = f(\hat{Y},k)$ к функции принадлежности $\mu(Y\,|\,Z,k) = \mu(\hat{Y},k)$ предлагается производить путем нормирования $f(\hat{Y},k)$, как это предлагается в работе [7]. При этом предполагается, что

$$\mu(\hat{Y},k) = \frac{f(y_1, y_2, ..., y_n, k)}{f(y_1 = m_{y1}, y_2 = m_{y2}, ..., y_n = m_{yn}, k)} =$$
$$= f(\hat{Y},k) \cdot \sqrt{2^n \pi^n \Delta(k)}. \quad (14)$$

Так как для практического применения в системах нечеткой логики используются, как

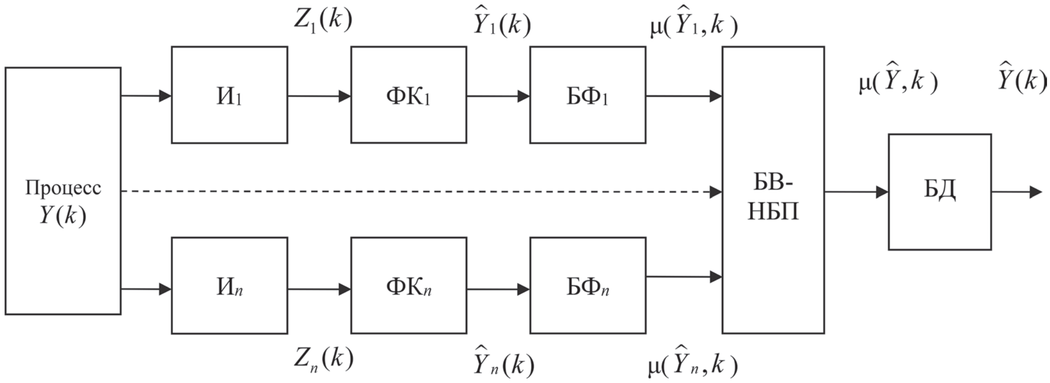

Рис. 3. Структурная схема пошаговой нечеткой коррекции

правило, одномерные функции $\mu(\hat{y},k)$, то получение их из многомерной плотности вероятности не составляет труда, учитывая, что распределение компонент $y_1(k)$, $y_2(k)$, ..., $y_n(k)$ вектора $Y(k)$ также гауссово. Для i-й компоненты вектора $Y(k)$ формула вычисления $\mu(y_i\,|\,z_i,k)=\mu(\hat{y}_i,k)$ описывается выражением

$$\mu(\hat{y}_i,k)=\exp\left(-\frac{\left(y_i(k)-\hat{y}_i(k)\right)^2}{2R_{ii}(k)}\right). \quad (15)$$

В работе [8] исследуется возможность структурно-параметрической нечеткой коррекции алгоритма калмановской фильтрации случайного непрерывного сигнала с помощью системы нечеткой логики при наличии двух измерителей. В общем случае при наличии n измерителей дискретного вектора $Y(k)$ структурная схема алгоритма оптимальной фильтрации процесса $Y(k)$ имеет вид, представленный на рис. 3.

На рис. 3 обозначено: И$_n$ – И$_n$ – измерители процесса $Y(k)$; ФК$_1$ – ФК$_n$ – фильтры Калмана; БФ$_1$ – БФ$_n$ – блоки фаззификации; БВ-НБП – блок вывода с нечеткой базой правил; БД – блок дефаззификации [8]. В БВ-НБП на основе сформулированных правил (базы правил) типа ЕСЛИ-ТО осуществляется формирование логического решения – получение нечеткого множества в форме результирующей функции принадлежности. Определение для этой функции принадлежности путем дефаззификации количественного значения выходной лингвистической переменной будет являться искомым значением выходного сигнала $\hat{Y}(k)$.

Заключение

Предложенный метод коррекции алгоритмов оптимального оценивания управляющих сигналов с помощью систем нечеткой логики целесообразно применять для решения задач фильтрации навигационной информации беспилотных летательных аппаратов [9, 10], получаемой от различных измерителей, в качестве которых выступают бесплатформенные инерциальные навигационные системы, спутниковые навигационные системы, радиотехнические, геомагнитные или другие измерители пространственного положения самодвижущегося объекта. Данный метод позволяет в условиях рассмотрения сложных трудноформализуемых процессов учесть дополнительные знания, накопленные квалифицированными специалистами при решении прикладных задач и таким образом повысить точность оценивания входной информации, используемой для формирования управляющих сигналов в рассматриваемой системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Пугачев, В. С.** Теория стохастических систем / В. С. Пугачев, И. Н. Синицын. – М.: Логос, 2004. – 1000 с.

2. **Методы** классической и современной теории автоматического управления: в 5 т. / под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 5 т.

3. **Ярушкина, Н. Г.** Основы теории нечётких и гибридных систем / Н. Г. Ярушкина. – М.: Экономика и финансы, 2004. – 320 с.

4. **Балакришнан, А. В.** Теория фильтрации Калмана: Пер. с англ. / А. В. Балакришнан. – М.: Мир, 1988. – 168 с.

5. **Синицин, И. Н.** Фильтры Калмана и Пугачёва / И. Н. Синицин. – М.: Университетская книга, 2006. – 640 с.

6. **Лобатый, А. А.** Оптимальное оценивание случайного процесса по критерию максимума апостериорной вероятности / А. А. Лобатый, Ю. Ф. Яцына, Н. Н. Арефьев // Системный анализ и прикладная информатика. – 2016. – № 1. – С. 35–41.

7. **Лобатый, А. А.** Фаззификация сигналов нелинейной стохастической системы / А. А. Лобатый, М. А. Аль-Машхадани // Вестник БНТУ. – 2013. – № 2. – С. 28–32.

8. **Лобатый, А. А.** Структурно-параметрическая нечеткая коррекция алгоритма фильтрации / А. А. Лобатый, А. С. Абуфанас, А. С. Бенкафо // Системный анализ и прикладная информатика. – 2014. – № 4. – С. 4–8.

9. **Ориентация** и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / под ред. Б. С. Алёшина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского. – М.: Физматлит, 2006. – 424 с.

10. **Лобатый, А. А.** Особенности применения фильтров Калмана-Бьюси в комплексах ориентации и навигации /, А. А. Лобатый, А. С. Бенкафо // Доклады БГУИР, 2013 № 5(75), С. 67–71.

REFERENCES

1. **Pugachev, V. S.** Theory of stochastic systems / V. S. Pugachev, I. N. Sinitsyn. – Moscow: Logos, 2004. – 1000 p.

2. **Methods** of classical and modern theory of automatic control: 5 t. / Ed. K. A. Pupkova and N. D. Egupova. – M.: Publishing House MSTU. N. E. Bauman, 2004. – 5 tons.

3. **Yarushkina, N. G.** Fundamentals of the theory of fuzzy and hybrid systems / N. G. Yarushkina. – M: Economy and Finance, 2004. – 320 p.

4. **Balakrishnan, A. V.** Kalman filtering theory: Per. from English. / A. V. Balakrishnan. – Moscow: Mir, 1988. – 168 p.

5. **Sinitsyn, I. N.** Kalman filters and Pugachev / I. N. Sinitsyn. – M: University Book, 2006. – 640 p.

6. **Lobaty, A. A.** Optimal Estimation of random processes on the criterion of maximum a posteriori probability / A. A. Lobaty, Y. F. Yatsyna, N. N. Arefiev // Systems Analysis and Applied Informatics. – 2016. – № 1. – pp 35–41.

7. **Lobaty, A. A.** Fuzzification signals nonlinear stochastic system / A. A. Lobaty, M. A. Al-Mashhadani // Bulletin of National Technical University. – 2013. – № 2. – S. 28–32.

8. **Lobaty, A. A.** Structural-parametric correction fuzzy filtering algorithm / A. A. Lobaty, A. S. Abufanas, A. S. Benkafo // Systems Analysis and Applied Informatics. – 2014. – № 4. – pp 4–8.

9. **Orientation** and navigation of mobile objects: modern information soc / ed. BS Aleshin, KK Veremeyenko, AI Black Sea. – M: FIZMATLIT, 2006. – 424 p.

10. **Lobaty, A. A.** Features The use of filters in the Kalman-Bucy complexes orientation and navigation / A. A. Lobaty, A. S. Benkafo // report BSUIR 2013 № 5 (75), pp 67–71.

Поступила *После доработки* *Принята к печати*
23.02.2019 *01.03.2019* *25.03.2019*

LOBATY A. A., RADKEVICH A. S.

STEPWISE FUZZY CORRECTION OF THE ALGORITHM FILTERS OF RANDOM SIGNALS

Belarusian National Technical University

The task of estimating the information contained in random signals from various sources – meters. It is assumed that the gauges are discrete and are described, like the original process assessed, by a discrete mathematical model in the form of difference equations. As an estimation algorithm, we consider a discrete Kalman filter, which, in the general case, when mathematical models are inadequate to real processes, can give distorted information. To improve the accuracy of estimation, it is proposed to apply the integration of all possible meters with the introduction of additional a priori information using a fuzzy logic system. At the same time, it is proposed to make a transition from the obtained probability characteristics of the estimated process to the membership functions of fuzzy logic based on the output filter parameters using the normalization of the posterior probability density. This approach allows to increase the accuracy of estimation, as it takes into account additional information and its complex processing.

Keywords: *discrete process, estimation, probability density, membership function, fuzzy logic.*

Lobaty A. A. Doctor of Science, Professor. In 2000 he founded the department «Information Systems and Technologies» at the Belarusian National Technical University. His research interests include algorithms, concepts and methods of optimal control systems. Has extensive experience in the management of unmanned aerial vehicles. He is the author and co-author of many articles in scientific journals, conferences and books. E-mail: lobaty@tut.by

Radkevich A. S. Post-graduate student of the Belarusian National Technical University. He is engaged in scientific research in the field of development and optimization of control systems for unmanned aerial vehicles

E-mail: radkevichu@gmail.com