

УДК 517.977

А. С. АБУФАНАС, А. А. ЛОБАТЫЙ, Ю. Ф. ЯЦЫНА

## АНИЗОТРОПИЙНЫЙ РЕГУЛЯТОР ДЕМПФИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОДВИЖНОЙ ПЛАТФОРМЫ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

*Белорусский национальный технический университет*

*Рассматривается задача демпфирования случайных воздействий на подвижную платформу с размещенной на ней системой мониторинга земной поверхности, установленную на беспилотном летательном аппарате. В качестве внешнего воздействия рассматривается случайная турбулентность атмосферы, описываемая с помощью формирующего фильтра, на вход которого поступает белый шум. Система мониторинга с подвижной платформой рассматривается как система управления, критерием оптимальности которой предлагается использовать критерий качества стохастической нормы системы, которая количественно характеризует чувствительность выхода системы к случайным входным возмущениям, вероятностное распределение которых известно не точно. Это приводит к специальному варианту стохастической нормы – анизотропийной норме. Рассматривается методика построения робастной системы фазового управления с применением анизотропийного регулятора. Путем математического моделирования получены коэффициенты оптимального регулятора.*

*В качестве примера для оценки работоспособности предлагаемого алгоритма рассматривается один из каналов управления подвижной платформы, заданный дискретной математической моделью второго порядка. Представлены качественные иллюстрации работоспособности предлагаемого алгоритма и количественные характеристики изменения выходных сигналов. Применение анизотропийных регуляторов в системах демпфирования случайных воздействий является перспективным, так как позволяет снизить влияние на качество работы системы неопределенностей, обусловленных различиями между выбранной математической моделью и реальной оптимизируемой системой.*

**Ключевые слова:** подвижная платформа, демпфирование, турбулентность, анизотропийный регулятор.

### Введение

Большое распространение в настоящее время имеют беспилотные летательные аппараты (БЛА), одной из основных задач которых является мониторинг земной поверхности или объектов, находящихся на земле. Для решения задач мониторинга на борту БЛА устанавливается оптическая или радиотехническая аппаратура, размещенная на кардановом подвесе (на подвижной платформе), имеющем две степени свободы относительно корпуса БЛА. Управление (разворот) подвижной платформы относительно корпуса БЛА осуществляется специальным приводом. На БЛА в зависимости от задач, выполняемых системой мониторинга, могут использоваться следующие типы приводов: гидравлические, электрические, гироскопические [1, 2].

Гидравлические приводы обладают высоким быстродействием, большой мощностью

и могут успешно применяться на БЛА больших габаритов и массы, у которых на подвижной платформе размещается массивная аппаратура и имеется возможность разместить на борту БЛА достаточно сложный, дорогостоящий гидропривод. Самым высоким быстродействием обладает гироскопический привод, который благодаря своей конструкции позволяет не только управлять подвижной платформой, но и демпфировать внешние случайные высокочастотные воздействия. Для использования на серийных БЛА там, где не требуется высокое быстродействие, и большая мощность наиболее широкое распространение получили электрические приводы, в которых, как правило, применяются вентильные электродвигатели постоянного тока с импульсным управлением [3].

Среди внешних факторов, оказывающих нежелательное воздействие на работу разме-

щенной на борту БЛА системы мониторинга земной поверхности, следует отметить влияние случайного ветра и турбулентности атмосферы. Ветер – относительно медленное перемещение воздушных масс представляет собой векторную величину, состоящую из трех составляющих  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $W_z$ . При этом скорости восходящих и нисходящих потоков  $W_y$  как правило невелики и на порядок или в разы меньше горизонтальных потоков  $W_x$  и  $W_z$ . Хаотическое, неупорядоченное движение воздуха накладывается на горизонтальное перемещение воздушных масс и приводит к неустойчивости ветра особенно вблизи поверхности земли. Интенсивность турбулентности зависит от скорости ветра, рельефа земной поверхности и устойчивости перемещения воздушных масс [4].

Ветер и турбулентность атмосферы – случайные факторы, действующие на летательный аппарат и приводящие к появлению случайных составляющих в векторе скорости БЛА. При этом случайным образом изменяются углы атаки и скольжения БЛА, влияющие на точность решения задачи мониторинга аппаратурой, установленной на борту БЛА. При решении большинства задач, связанных с изучением влияния атмосферы, считают, что в пределах области пространства, в которой рассматривается движение летательного аппарата, поле турбулентности является изотропным, имеющим одинаковость физических свойств во всех направлениях. В рамках теории случайных процессов исчерпывающей характеристикой изотропного поля являются корреляционные функции поперечного (бокового) и продольного перемещений воздушного потока, выражения для которых имеют вид [4, 5].

$$K_x = \sigma_T^2 \exp(-|\tau| T^{-1}), \quad (1)$$

$$K_z = \sigma_T^2 [1 - |\tau| (2T)^{-1}] \exp(-|\tau| T^{-1}), \quad (2)$$

где  $\sigma_T$  характеризует интенсивность турбулентности;  $T = LV^{-1}$  – время прохождения БЛА масштаба турбулентности  $L$ , который определяет уровень корреляции между воздушными порывами в различных точках пространственного поля турбулентности;  $V$  – скорость БЛА. Принято считать, что до высот полета БЛА  $H \approx 500$  м  $L \approx H$  при полете над равнинной местностью и  $L \approx 2H$  при полете над холмистой местностью и горами. На больших высотах пара-

метр  $L$  существенно зависит от климата и метеорологических условий. При  $\sigma_T < 0.5$  м/с турбулентность является слабой, а при  $\sigma_T > 2.5$  м/с – сильной [5].

Случайным процессам, имеющим корреляционные функции (1)–(2), соответствуют уравнения формирующих фильтров [6]. Для продольной составляющей турбулентности уравнения формирующего фильтра имеют вид

$$\dot{x}_1(t) = \xi(t), \quad (3)$$

$$x_2(t) = \dot{x}_1(t) = K_{\xi 1} x_1(t) + b_1 q(t), \quad x_1(t_0) = x_{10}, \quad (4)$$

где  $K_{\xi 1} = -T^{-1}$ ,  $b_1 = \sigma_T \sqrt{2T^{-1}}$ ,  $\xi$  – белый шум. Для поперечной (боковой) составляющей турбулентности уравнения формирующих фильтров имеют вид

$$\dot{x}_1(t) = \xi(t), \quad (5)$$

$$\dot{x}_1(t) = x_1(t) + b_1 q(t), \quad x_1(t_0) = x_{10}, \quad (4)$$

$$\dot{x}_2(t) = K_{\xi 1} x_1(t) + K_{\xi 2} x_2(t) + b_2 q(t), \quad (6)$$

$$x_2(t_0) = x_{20},$$

где

$$K_{\xi 1} = -T^{-1}, \quad K_{\xi 2} = -2T^{-1},$$

$$b_1 = \sigma_T \sqrt{2T^{-1}}, \quad b_2 = (1 - 2\sqrt{3})\sigma_T T^{-3/2}.$$

Если в системе мониторинга применяется гироскопический привод в виде гиростабилизированной платформы, с которой жестко механически связана оптическая (радиотехническая) система мониторинга, то случайное воздействие турбулентности на подвижную платформу БЛА в значительной степени устраняется (демпфируется) гироскопами привода. При применении электрического привода подвижной платформы системы мониторинга БЛА необходимо применять дополнительные устройства, компенсирующие (демпфирующие) влияние турбулентности атмосферы.

### Постановка задачи демпфирования

Структурную схему системы управления подвижной платформой системы мониторинга БЛА представим в виде, изображенном на рис. 1.

На вход КД с ПНК поступает зашумленная турбулентностью атмосферы информация  $Z(t)$  о пространственном (линейном и угловом) положении БЛА  $X(t)$ , которая поступает на вход ПНК. КД вырабатывает сигнал демпфирования  $U(t)$ , поступающий на вход БФСУ.

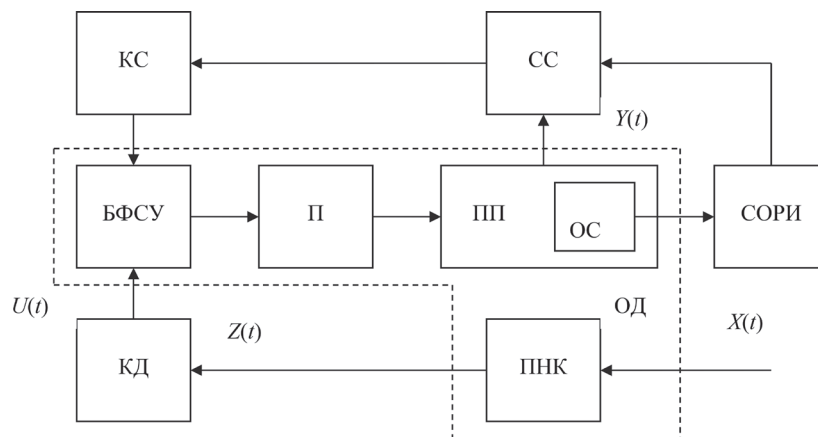


Рис. 1. Система управления подвижной платформой БЛА: ПП – подвижная платформа БЛА, на которой установлена оптическая система ОС; СОРИ – система обработки и распознавания изображения; СС – система слежения за наземными объектами (оператор); КС – канал (регулятор) слежения; КД – канал (регулятор) демпфирования; ПНК – пилотажно-навигационный комплекс; БФСУ – блок формирования сигналов управления; П – привод платформы (электрический); ОД – приведенный объект демпфирования

При синтезе оптимального КД необходимо выбрать метод и критерий оптимизации. В данном случае очевидно, что при синтезе КД необходимо учитывать неопределенность в описании объекта синтеза. Эта неопределенность заключается в неточно заданных коэффициентах математической модели объекта управления или другое соответствующее различие выбранной математической модели и реальной системы.

Представляет интерес рассмотрение в качестве критерия оптимальности канала (регулятора) демпфирования  $H_\infty$ -нормы многомерной передаточной функции замкнутой системы [7], представляющей собой энергию выхода системы при подаче на вход сигнала с единичной энергией. При этом, если выходом является ошибка, а входом – возмущение, то, минимизируя  $H_\infty$ -норму, мы минимизируем энергию ошибки для наихудшего случая входного возмущения. Стохастический подход к  $H_\infty$ -оптимизации систем автоматического управления основан на использовании критерия качества стохастической нормы системы, которая количественно характеризует чувствительность выхода системы к случайным входным возмущениям, вероятностное распределение которых известно не точно. Это приводит к специальному варианту стохастической нормы – анизотропной норме системы, которая характеризует ее чувствительность к входным гауссовым шумам, средняя анизотропия которых ограничена сверху неким неотрицательным параметром  $\alpha$ .

Для физически реализуемой линейной стационарной системы с передаточной функцией  $W$ , функционирующей в дискретном времени анизотропная норма определяется следующим образом [8]:

$$||| W ||| = \sup \left\{ \frac{\| W W_\Phi \|}{\| W \|_2} : W_\Phi \in W_a \right\}, \quad (7)$$

где  $\| W \|_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2}$  – 2-норма передаточной функции,  $W_\Phi$  – передаточная функция формирующего фильтра, который получает стационарную гауссову последовательность из белого шума.  $W_a$  – множество формирующих фильтров, генерирующих гауссовы последовательности, средняя анизотропия которых ограничена сверху заданным неотрицательным параметром  $a$ .  $||| W |||$  характеризует чувствительность системы в среднем к случайным входным возмущениям с уровнем средней анизотропии  $a$ . Использование анизотропной нормы системы является важным в ситуации, когда о входном сигнале известно только то, что он сгенерирован из гауссова белого шума с помощью неизвестного формирующего фильтра  $W_\Phi$ .

Так как информация на борту БЛА обрабатывается в бортовом процессоре в дискретной форме, то будем считать, что система управления подвижной платформой и связанных с ней элементов в общем случае описываются разностными уравнениями

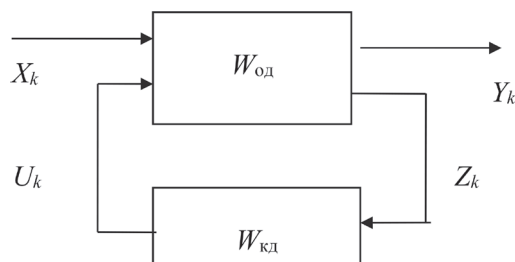


Рис. 2. Система демпфирования подвижной платформы БЛА

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k + B_1V_k + B_2U_k, \\ Y_{k+1} = C_1X_k + D_{11}V_k + D_{12}U, \\ Z_{k+1} = C_2X_k + D_{21}V_k, \end{cases} \quad (8)$$

где  $X_k$  –  $n$ -мерный вектор состояния объекта демпфирования;  $V_k$  –  $m$ -мерный вектор случайного процесса, характеризующего турбулентность;  $Y_k$  –  $p$ -мерный вектор выходного сигнала подсистемы демпфирования;  $Z_k$  –  $q$ -мерный вектор наблюдения;  $U_k$  –  $l$ -мерный вектор управления (демпфирования),  $A, B_i, C_j, D_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) – постоянные матрицы соответствующих размерностей.

Систему демпфирования с анизотропийным регулятором представим в следующем виде (рис. 2). На рис. 2 в соответствии с обозначениями, приведенными на рис. 1, обозначено:  $W_{од}$  – передаточная функция приведенного объекта управления (подвижной платформы);  $W_{кд}$  – передаточная функция анизотропийного регулятора (канала) демпфирования;  $Z_k$  – вектор навигационных параметров, поступающих с ПНК, включающих линейные и угловые составляющие вектора скорости БЛА, а также случайные помехи, вызванные турбулентностью атмосферы.  $Y_k = [\varphi_{\hat{a}k}(t), \varphi_{\hat{a}k}]^T$  – вектор выходных сигналов подсистемы демпфирования, включающий вертикальные и горизонтальные углы ориентации подвижной платформы относительно заданной инерциальной системы координат.

Пусть регулятор демпфирования  $W_{кд}$  имеет  $h$ -мерное внутреннее состояние (матрицу  $H$ ), связанное с сигналами наблюдения  $Z_k$  и управления  $U_k$  рекуррентными формулами

$$\begin{cases} H_{k+1} = \hat{A}H_k + \hat{B}Z_k, \\ U_k = \hat{C}H_k, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  – неизвестные постоянные матрицы соответствующих размерностей.

Задача состоит в определении матриц  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ , описывающих оператор  $W_{кд}$  в пространстве состояний, таких, что минимизируется  $\alpha$ -анизотропийная норма замкнутой системы  $\Phi(W_{од}, W_{кд})$ , описываемой выражениями (8) и (9). Формула для вычисления  $\alpha$  имеет вид [8]:

$$\|\alpha(W, W_{ky})\| = \left\{ \frac{1}{q} \left[ 1 - \frac{m_1}{\text{tr}\{LPL^T + S\}} \right] \right\}^{1/2} \quad (10)$$

При нулевой средней анизотропии  $a = 0$  система уравнений для оптимального демпфирующего регулятора сводится к двум независимым уравнениям Риккати размерности  $n \times n$ .

$$\begin{cases} \hat{A} = A + B_2N - \Lambda C_2, \\ \hat{B} = \Lambda, \\ \hat{C} = N, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} S = ASA^T + B_1B_1^T - \Lambda\Theta\Lambda^T, \\ \Theta = C_2SC_2^T + D_{21}D_{21}^T, \\ \Lambda \equiv [ASC_2^T + B_1D_{21}^T]\Theta^{-1}, \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} T = A^T TA + C_1^T C_1 - N^T \Pi N, \\ \Pi = B_2^T TB_2 + D_{12}^T D_{12}, \\ N = -\Pi^{-1} [B_2^T TA + D_{12}^T C_1]. \end{cases} \quad (13)$$

При этом матрицы  $A - \hat{B}\hat{C}_2$  и  $A + B_2\hat{C}$  асимптотически устойчивы, а выражения (16)–(18) представляют собой  $H_2$ -оптимальный регулятор.

Исследования показывают, что для конкретных условий применение  $H_2$ - или  $H_\infty$ -регулятора обусловлено типом действующих на систему шумов. Так  $H_2$ -оптимальный регулятор не обеспечивает требуемого качества управления системой, если на входе системы – случайный процесс в виде сильно окрашенного

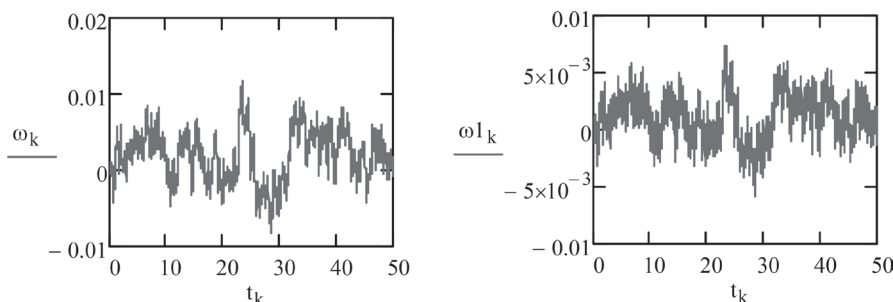


Рис. 3. Графики изменения угловой скорости подвижной платформы

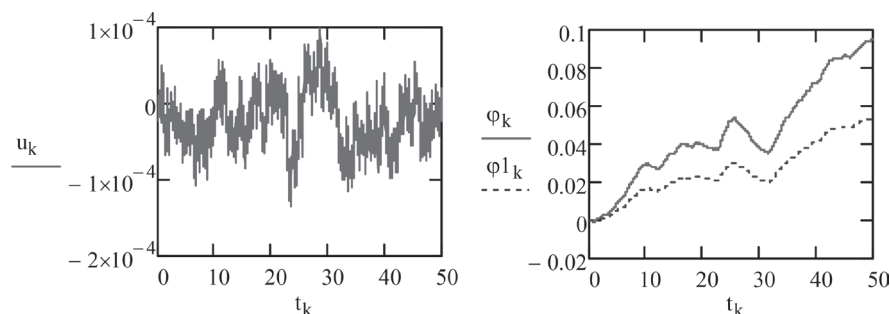


Рис. 4. Графики изменения управляющего сигнала демпфирования и ошибки определения ориентации подвижной платформы

(коррелированного) случайного шума. В то же время  $H_\infty$ -регулятор проявляет излишнюю чувствительность к характеристикам входного сигнала если на входе системы белый шум или близкий к нему (слабо коррелированный) случайный процесс.

**Пример.** Пусть один из каналов управления подвижной платформой БЛА описывается системой разностных уравнений

$$\begin{cases} x_{k+1} = ax_k + b_1 v_k + b_2 u_k, \\ y_{k+1} = c_1 x_k + d_{11} v_k + d_{12} u_k, \\ z_{k+1} = c_2 x_k + d_{21} v_k \end{cases} \quad (14)$$

при следующих значениях коэффициентов:  $a = -0.03$ ,  $b_1 = 0.02$ ,  $b_2 = 1$ ,  $c_1 = -0.03$ ,  $d_{11} = 1$ ,  $c_2 = d_{11} = 1$ . Рекуррентные выражения (9), в данном случае имеют вид  $u_k = \hat{c}H_{k+1}$  и  $H_{k+1} = \hat{a}H_k + \hat{b}Z_k$ . В соответствии с (11)–(13) путем последовательных вычислений определяются искомые коэффициенты оптимального регулятора, которые принимают следующие значения:  $\hat{a} = -0.108$ ,  $\hat{b} = 0.018$ ,  $\hat{c} = 0.06$ .

На рис. 3, 4 представлены результаты моделирования, полученные в среде Mathcad. На рис. 3 – графики изменения угловой скорости подвижной платформы, вызванной турбулент-

ностью атмосферы при отсутствии демпфирования  $\omega_k(t_k)$  и при наличии демпфирования  $\omega1_k(t_k)$ . На рис. 4 – графики изменения управляющего сигнала демпфирования  $u_k(t_k)$  и графики изменения ошибки определения угловой ориентации подвижной платформы без регулятора демпфирования  $\phi_k(t_k)$  и с регулятором  $\phi1_k(t_k)$ , соответственно.

### Заключение

Применение анизотропных регуляторов демпфирования случайных внешних воздействий на подвижную платформу БЛА или другой подобной технической системы является перспективным, так как позволит снизить влияние на качество работы системы неопределенностей, обусловленных различиями между выбранной математической моделью и реальной оптимизируемой системой. Результаты математического моделирования показывают, что применение таких регуляторов позволяет в конкретных условиях существенно уменьшить ошибку определения угловой ориентации подвижной платформы, что в свою очередь повысит эффективность работы системы мониторинга, установленной на БЛА.

### Литература

1. Беспилотные летательные аппараты. Основы устройства и функционирования / под ред. И. С. Голубева, И. К. Туркина. – М.: МАИ, 2010. – 654 с.



2. **Управление** и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / под ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Серебрякова. – М.: Физматлит, 2005. – 280 с.
3. **Абуфанас, А. С.** Импульсное управление гибридной электротехнической системой / А. С. Абуфанас, А. А. Лобатый, Ю. Н. Петренко, И. Эльзейн // Системный анализ и прикладная информатика, 2016. № 4(12). – С. 46–52.
4. **Дмитриевский, А. А.** Внешняя баллистика / А. А. Дмитриевский, Л. Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 608 с.
5. **Доброленский, Ю. П.** Динамика полета в неспокойной атмосфере / Ю. П. Доброленский. – М.: Машиностроение, 1969. – 256 с.
6. **Справочник** по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
7. **Бойченко, В. А.** О нижней границе анизотропийной нормы линейной стохастической системы / В. А. Бойченко, А. П. Курдюков // Автоматика и телемеханика, 2017. № 4. – С. 78–91.
8. **Методы** классической и современной теории автоматического управления: в 5 тт. / под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 3 т. – 616 с.
9. **Лобатый, А. А.** Применение анизотропного регулятора в системе фазового управления / А. А. Лобатый, М. В. Почебут // Доклады БГУИР. – 2009. – № 7 (45). – С. 33–37.

### References

1. **Unmanned** aerial vehicles. Fundamentals of the device and functioning / ed. I. S. Golubeva, I. K. Turkina. – Moscow: MAI, 2010. – 654 p.
2. **Control** and guidance of unmanned maneuverable aircraft based on modern information technologies / Ed. M. N. Krasil'shchikova, G. G. Serebryakova. – Moscow: Fizmatlit, 2005. – 280 p.
3. **Aboufanass, A. S.** Pulse control of a hybrid electrical system / A. C. Aboufanass, A. A. Lobaty, Yu. N. Petrenko, I. Elzeyen // System Analysis and Applied Informatics, 2016. № 4 (12). – P. 46–52.
4. **Dmitrievsky, A. A.** External Ballistics. Dmitrievsky, L. N. Lysenko. – M.: Mechanical Engineering, 2005. – 608 p.
5. **Dobrolensky, Yu. P.** Flight dynamics in a turbulent atmosphere / Yu. P. Dobrolensky. – M.: Mechanical Engineering, 1969. – 256 p.
6. **Handbook** on the theory of automatic control / ed. A. A. Krasovskiy. – Moscow: Nauka, 1987. – 712 p.
7. **Boychenko, V. A.** On the lower boundary of the anisotropic norm of a linear stochastic system. Boychenko, A. P. Kurdyukov // Automation and Telemechanics, 2017. № 4. – P. 78–91.
8. **Methods** of classical and modern theory of automatic control: in 5 vols. / Ed. K. A. Pupkov and N. D. Egupova. – M.: Publishing house MSTU. N. E. Bauman, 2004. – 3 tons – 616 with.
9. **Lobaty, A. A.** Application of an anisotropic regulator in a phase control system. Lobaty, M. V. Pochebut // Reports of BSUIR. – 2009. – No. 7 (45). – P. 33–37.

Поступила  
20.06.2017

После доработки  
12.08.2017

Принята к печати  
10.09.2017

*Aboufanass A. S., Lobaty A. A., Yacina Y. F.*

## ANISOTROPIC REGULATOR OF DAMPING OF RANDOM VIBRATIONS OF THE MOBILE PLATFORM OF A BILAMENT VEHICLE APPARATUS

*Belarusian National Technical University*

*The problem of damping of random effects on a mobile platform with a system for monitoring the earth's surface installed on an unmanned aerial vehicle is considered. As an external influence, we consider the random turbulence of the atmosphere, described with the aid of a shaping filter, to which white noise enters.*

*Monitoring system with a mobile platform is considered as a control system, the criterion of optimality of which is proposed to use the criterion of quality of the stochastic norm of the system, which quantitatively characterizes the sensitivity of the output of the system to random input disturbances whose probabilistic distribution is not known accurately. This leads to a special variant of the stochastic norm-the anisotropic norm. A technique for constructing a robust phase control system using an anisotropic regulator is considered. The coefficients of the optimal regulator are obtained by mathematical modeling.*

*As an example for evaluating the operability of the proposed algorithm, one of the control channels of the mobile platform, defined by a discrete mathematical model of the second order, is considered. Qualitative illustrations of the operability of the proposed algorithm and quantitative characteristics of the change in output signals are presented. The use of anisotropic regulators in damping systems of random effects is promising, since it allows to reduce the influence on the quality of the system operation of uncertainties caused by the differences between the chosen mathematical model and the real optimized system.*

**Keywords:** mobile platform, damping, turbulence, anisotropic regulator.



**Абуфанас Альседдик Салем Ахмед (Abufanas Alseddig Salem Ahmed)**

Аспирант кафедры «Информационные системы и технологии» БНТУ, обучается по специальности «Системный анализ, управление и обработке информации»

Пр. Независимости 65, 220013, г. Минск, Республика Беларусь

Тел.: + 37517292–15–01, upnkvk@bntu.by

Post Graduate student, Department of «Information Systems and Technologies» BNTU, field of study «System Analysis, Control and Data Processing».



**Lobaty A. A.** Doctor of science, professor. in 2000 he established chair «information systems and technologies» in belorussian national technical university, department of «international institute of distance education». his research interests include algorithms, concepts, and architecture for digital signal processing systems. he has extensive consulting experience in control of unmanned aerial vehicles. he is author and coauthor of many papers in scientific magazines, conference proceedings, and a number of books. he has number of university and state awards for achievements in teaching and research.

E-mail: lobaty@tut.by



**Yacina Y. F.**

Director of the State Research and Production Enterprise unmanned multipurpose complexes. A specialist in the field of research and development of control systems of mobile robotic systems for various economic purposes. Head of research and development work on the creation of unmanned aerial vehicles.

E-mail: yanvad003@gmail.com